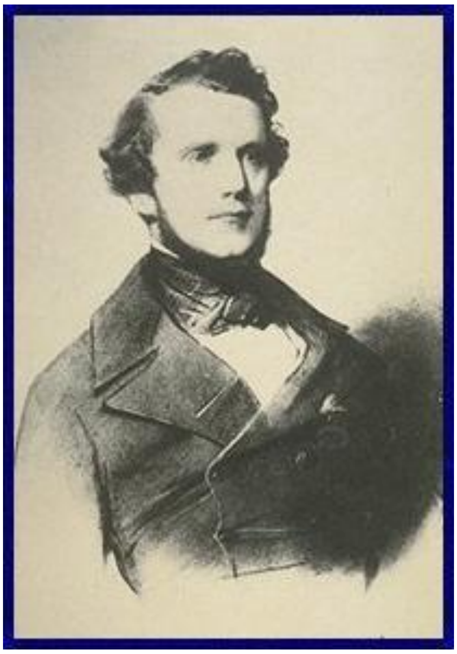
الباب الثاني

التركيب البلوري

Crystalline Structure



العالم الفرنسى أوجسط برافيه 1850 -1863

الباب الثاني

التركيب البلوري

Crystalline Structure

المحتوى

الأهداف

بعد استكمال دراسة هذا الباب يجب أن يكون الدارس قادراً على:

- ❑ تعريف والمقارنة بين المادة غير المتبلورة والمادة المتبلورة.
- ❑ التمييز بين الشبيكة البرافية والشبيكة غير البرافية.
- ❑ التفريق بين الخلية الأولية وغير الأولية.
- ❑ تقسيم الأنظمة البلورات إلى سبعة أنظمة تتكون من أربع عشرة شبيكة برافية مختلفة.
- ❑ تعريف وتعيين خلية فيجنر–زايتس الأولية.
- ❑ تعريف عناصر التماثل الداخلية والخارجية في البلورة.
- ❑ تحديد مجموعات المستويات المهمة في فصيلة المكعبى.
- ❑ وصف المستويات البلورية بواسطة أدلة ميلر.

مقدمة

كما ذكرنا فى الباب السابق، يمكن تصنيف المواد الصلبة إلى نوعين: مواد صلبة متبلورة كما هو الحال في المعادن وأغلب المركبات الكيميائية والسبائك ومواد صلبة غير متبلورة كالزجاج والشمع. كما أن بعض المواد السائلة والغازية تتحول إلى مواد متبلورة عند تجمدها مثل الثلج والغازات الخاملة.

تتركب المواد الصلبة من وحدات أساسية محددة هي الذرات أو المجموعات الذرية. تتوزع هذه الذرات أو هذه المجموعات الذرية في التركيب البنائى للمواد غير المتبلورة بشكل عشوائي، بينما تكون الذرات أو المجموعات الذرية في المواد المتبلورة موزعة بشكل منتظم. يشار إلى كل مجموعة من الذرات أو المجموعات الذرية المرتبة في المواد المتبلورة بالبلورة والتي يمكن أن توجد على شكل منفصل. تتميز البلورات بأن لكل مها شكل هندسي منتظم وأسطح متشابهة ومتوازية وملساء. يوجد العديد من أنواع التراكيب البلورية يعتمد كل منها على هندسة الترتيب وانتظام الذرات في كل البلورة وهذا يؤثر بشكل كبير في الخصائص الفيزيقية المختلفة للجسم الصلب.

سنتعرف في هذا الباب، بشكل مفصل، على أنواع الانتظام الذرى فى المواد المتبلورة كما سنتعرف على معنى التركيب البلوري وعلى الأنظمة البلورية المختلفة وعناصر التماثل فى التركيب البلوري وبعض التعبيرات الرياضية التي تستخدم في وصف هذه التراكيب البلورية. هذا بالاضافة الى دراسة تعريف وكيفية تحديد خلية فيجنر–زايتس الأولية ووصف المستويات البلورية بواسطة أدلة ميلر و تحديد مجموعات المستويات المهمة في فصيلة المكعبى.

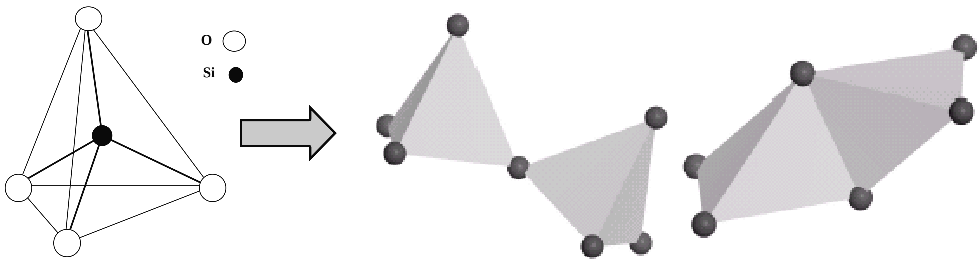
2–1 الانتظام الممتد والانتظام المحدود LONG RANGE AND SHORT RANG ORDER

بشكل عام، تختلف المواد غير المتبلورة عن المواد المتبلورة في شكل انتظام الذرات في المادة حيث يغيب الانتظام في النوع الأول (أي تتوزع الذرات بشكل عشوائي)، بينما يوجد هذا الانتظام في النوع الثاني من المواد الصلبة. بالرغم أن هذا المفهوم صحيح إلى حد كبير إلاّ أنّه يوجد فى بعض المواد غير

المتبلورة مزيج من العشوائية والانتظام للذرات. يوجد نوعان من الانتظام هما الانتظام من النوع المحدود (أي قصير المدى) والانتظام الممتد (أى طويل المدى). في الانتظام المحدود تكون الذرات أو المجموعات الذرية موجودة على هيئة مرتبة ومتكررة على المدى القصير، أما على المدى الطويل فإن التركيب البنائى يظهر توزيعا غير منتظم ويغيب الانتظام الشامل وتسمى المادة الصلبة في هذه الحالة بمادة غير متبلورة (noncrystalline) أو أمورفية (amorphous)، ويسمى التركيب البنائى في مثل هذه المواد تركيبا ذا انتظاما قصير المدى أو محدود.

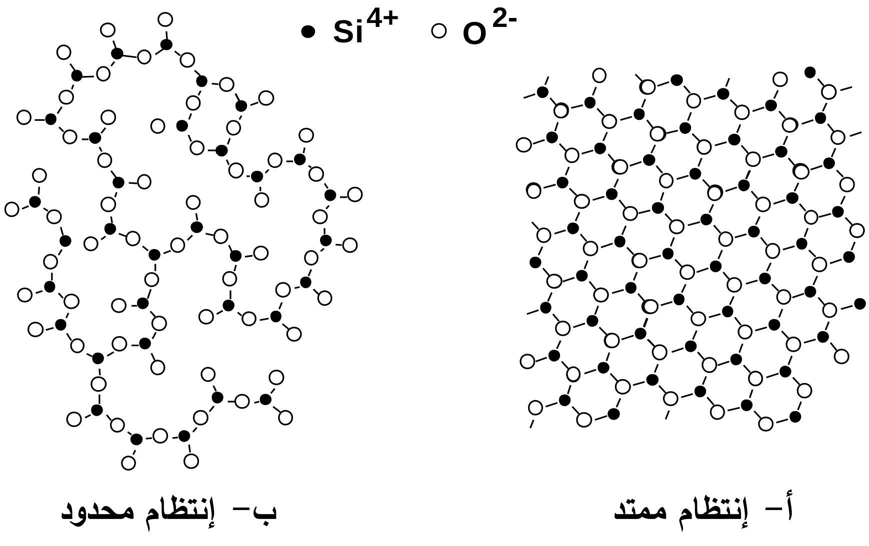
على الجانب الأخر، إذا أبدت المادة الصلبة انتظاما في توزيع الذرات أو المجموعات الذرية ويمتد هذا الانتظام إلى مدى طويل فإنه يقال أن تركيب المادة ذا انتظاما ممتدا ويؤدى مثل هذا الانتظام إلى تكوين البلورات. يوجد الكثير من المواد الصلبة التي يمكن أن تتواجد على الحالة المتبلورة أو على الحالة غير المتبلورة و يعتمد ذلك على ظروف التحضير. المثال الجيد لمثل هذه المواد، والذي يمكن فيه عمل مقارنة بين الانتظام المحدود والانتظام الممتد هو رمل الصحراء المألوف لنا جميعا. رمل الصحراء هو ثاني أكسيد السليكون، الذي بواسطته يمكن الحصول على أكثر من شكل للمادة الصلبة مثل الزجاج (وهو مادة غير متبلورة) أو الكوارتز (وهو مادة متبلورة).

تتكون الوحدة البنائية لثاني أكسيد السليكون فى الحالة الصلبة من ذرة سليكون رباعية التكافؤ ترتبط مع أربع ذرات أكسجين مكونة شكل هرمي يمثل وحدة التركيب البنائى للجسم الصلب. في هذه الوحدة البنائية تحتل ذرة السليكون قلب الهرم الثلاثي بينما تكون ذرات الأكسجين عند رؤوس الهرم، مكونة أربع روابط تساهمية مع ذرة السليكون. تتصل الوحدات البنائية بعضها مع بعض عند رؤوس الهرم أو الحواف فقط، كما هو موضح في الشكل 2–1.



الشكل 2-1 يتكون جزئ ثاني أكسيد السليكون من ذرة سليكون يحاط بها أربعة ذرات أكسيجين مكونة هرم ثلاثي.

عند صهر ثاني أكسيد السيلكون وتبريده يتحول المصهور إلى مادة صلبة ذو تركيب بنائي يختلف باختلاف معدل التبريد، على النحو الآتي: 1- عند التبريد البطيء للمصهور تتكون مادة صلبة متبلورة وتعرف هذه المادة بالكوارتز، يكون لها تركيب بنائي منتظم وممتد على المدى الطويل ، كما هو مبين في الشكل 2-2(أ) .2- عند التبريد المفاجئ للمصهور تتكون مادة صلبة غير متبلورة، تعرف هذه المادة بالزجاج، يكون لها تركيب بنائي عشوائي يتخلله انتظام محدود أي قصير المدى، كما هو موضح في الشكل 2-2(ب).



الشكل 2-2 التركيب البنائي للكوارتز والزجاج، حيث يظهر انتظاما ممتدا أو انتظام محدودا.

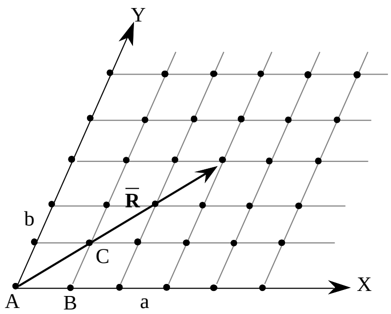
في ضوء ما سبق، يمكن تعريف الانتظام المحدود للذرات بأنه انتظام يكون موجوداً في المدى القصير ويغيب على المدى الطويل. يتواجد هذا النوع من الانتظام في المواد غير المتبلورة (الأمورفية). على الجانب الآخر، يكون الانتظام الممتد للذرات هو الترتيب الذي يتكرر على المدى الطويل ليشمل كل

التركيب البنائي للمادة مكونا ما يسمى بشبكة بلورية، ويتواجد هذا النوع من الانتظام في المواد المتبلورة.

2–2 الحالة المتبلورة THE CRYSTALLINE STATE

بدأ الاهتمام الفعلي لدراسة البلورات عام 1912 على يد مجموعة من العلماء (لاو Lau، فريدريك Friedrich وكنبنج Knipping) والذين أكدوا إمكانية دراسة التركيب الداخلي للبلورات بواسطة تشتت الأشعة السينية. وبعد فترة وجيزة ظهر علم البلورات الذي يعرف بأنه العلم الذي يختص بدراسة التركيب الهندسي والخصائص الفيزيائية المختلفة للأجسام الصلبة المتبلورة وذلك بواسطة العديد من التقنيات على رأسها الأشعة السينية والأشعة الالكترونية والنيوترونية وتقنيات أخرى.

يقال أن المادة الصلبة متبلورة عندما تكون فيها الذرات أو الجزيئات مرتبة بالشكل الذي يجعل أماكنها تتكرر بانتظام تام في نموذج ثلاثي الأبعاد طويل المدى (يسمى بالشبيكة)، بحيث تكون فيه كل ذرة أو جزئ أو مجموعة ذرات متواجدة في نقطة محددة وعلى بعد واتجاه محددين من جميع الذرات أو الجزيئات أو المجموعات الذرية الأخرى المحيطة به، كما يبين الشكل 2–3.



الشكل 2–3 تمثيل ثنائي البعد لتركيب صلب متبلور وفيه تظهر جميع الذرات مرتبة بشكل دوري.

في الشكل 2–3 يتضح المبدأ السابق، حيث تكون المسافة بين أي ذرتين متجاورتين على امتداد المحور X هي a وعبر المحور Y هي b وليس بالضرورة ان تكون المحاور متعامدة. تحافظ البلورة التامة على هذا الانتظام (بالتكرار) على مدى المحورين X و Y من ∞– إلى ∞ +. ينتج من هذا الانتظام أن تكون الذرات A و B و C متكافئة، ويمكن القول بأن البلورة تظهر للناظر كما هي تماما عند النظر إليها من أي موضع من هذه المواضع الذرية. يمكن التعبير عن الفكرة نفسها بالقول بأنه يمكن

تمثيل البلورة بشبيكة فراغية تظهر تماثل انتقالي في جميع الاتجاهات، بمعنى أنه إذا انتقلت البلورة بواسطة أي متجه ($\vec{R}$ مثلا) فإن البلورة تبدو تماما كما كانت قبل الانتقال، كما هو واضح في الشكل.

لا يمكن تجهيز بلورة تامة التبلور (نموذجية) نظرا للعديد من الصعوبات التي تواجه ذلك، فمثلا، يعتبر سطح البلورة نوع من أنواع التشوه وذلك بسبب تعطل التكرار عند السطح، حيث ترى الذرات القريبة من السطح بيئة محيطة مختلفة عن الذرات الموجودة في عمق البلورة وبالتالي تسلك سلوكا مختلفا. المثال الثاني لذلك هو الاهتزاز الحراري للذرات حول مواضع اتزانها عند درجة حرارة أكبر من الصفر المطلق، حيث يسبب هذا الاهتزاز تشوها للبلورة (على هيئة تغير مواضع الذرات بسبب الاهتزاز) بدرجة تعتمد على درجة الحرارة. والمثال الثالث هو وجود الشوائب. لاحظ أن البلورة غالبا تحتوى على بعض الذرات الغريبة (الشوائب) حتى عند تحضيرها بواسطة أفضل وسائل النمو البلوري تبقى بعض الشوائب (بتركيز $\sim 10^{12}\ cm^{-3}$) داخل البلورة وهذه الشوائب تجعل من الصعب تعيين التركيب البلوري.

3-2 تعريفات أساسية Basic definitions

لكي نتحدث بدقة عن التراكيب البلورية يجب أن ندخل بعض المفاهيم (التعريفات) الأساسية في هذا المجال والتي سوف تخدم الدراسة كنوع من المصطلحات اللغوية فى علم البلورات. فيما يلى، نقدم هذه التعريفات بشئ من التفصيل.

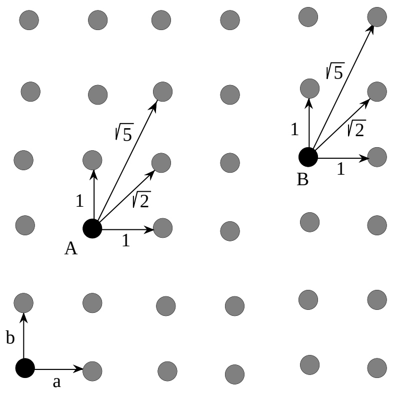
1-3-2 الشبيكة الفراغية Space lattice

يكون التركيب الداخلي لكافة بلورات المواد المتبلورة عبارة عن توزيع فضائي للذرات أو الجزيئات أو تجمعاتها. فالذرة الواحدة أو الجزئ الواحد أو التجمع الذرى الواحد أو التجمع الجزيئى الواحد عند تكراره في الفضاء يكون طرازاً أو نموذجاً نطلق عليه التركيب البلوري. إن وحدة الطراز التي عند تكرارها تكون الطراز كله تسمى الأساس (أو القاعدة basis). يختلف شكل و تركيب الأساس من بلورة إلى بلورة أخرى. من الممكن للقاعدة أن تحتوى على ذرة واحدة كما في حالة بلورات المعادن مثل النحاس والذهب والفضة

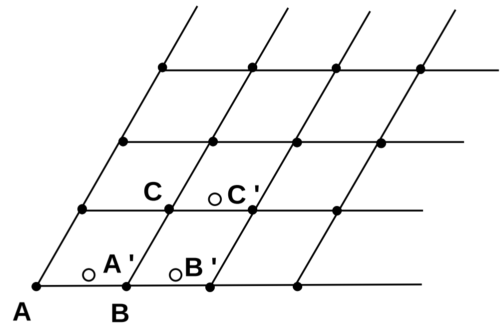
والغازات الخاملة. ومن الممكن أن يحتوى الأساس على عدد كبير من الذرات (قد تربو على الألف)، كما هو الحال في المواد الكيميائية والعضوية. على كل حال، يوجد الأساس في الفراغ عند نقاط محددة تسمى نقاط الشبيكة الفراغية التي تتميز بخصائص تماثل تظهر فيما يلى. يوجد نوعين من شبيكات النقاط الفراغية هما: شبيكات برافية (نسبة إلى العالم برافيه Bravais) و شبيكات غير برافية. يوصف التركيب البلوري للأجسام الصلبة في معظم الأحيان بشبيكات برافية.

إذا ترتب في الفراغ عدد لانهائي من النقاط بحيث يكون لكل نقطة نفس الجيران فإنها تكون شبيكة فراغية. فى هذه الشبيكة يكون لكل نقطة نفس عدد الجيران على نفس الأبعاد والاتجاهات. فمثلا باعتبار ترتيب ثنائي الأبعاد من النقاط، كما هو موضح بالشكل 2–4، فإنه من الواضح أن النقطة A والنقطة B لهما نفس الجيران وهذا صحيح أيضا لكل النقاط الأخرى الموجود فى هذا الترتيب ثنائي البعد وهذا يحقق التعريف السابق للشبيكة الفراغية ولكن في بعدين. وبناء على ما سبق، يمكن تعريف الشبيكة البرافية بأنها تركيب دوري لانهائي يتكون من عقد (نقاط فراغية) منفصلة موزعة في فضاء الشبيكة بأسلوب منتظم. وبالتالي، في الشبيكات البرافية تكون كل نقاط الشبيكة متعادلة وبناء علية تكون كل الذرات المكونة للبلورة من نفس النوع. أما في الشبيكة غير البرافية فتكون بعض نقاط الشبيكة غير متعادلة، كما يتضح في الشكل 2–4.

في الشكل 2–4 نجد أن النقاط A و B و C تكون متكافئة فيما بينها وتكون شبيكة برافية واحدة وبالمثل تكون النقاط A' و B' و C' متكافئة فيما بينها وتكون شبيكة برافية أخرى. نلاحظ أن النقطتين A و A' غير متكافئة سواء كانتا عبارة عن ذرات مختلفة (مثل H و Cl مثلا) أو كانتا من نفس نوع الذرات (ذرتين H مثلا).



الشكل 2–5 شبيكة برافية ثنائية البعد



الشكل 2–4 شبيكة غير برافية ثنائية البعد.

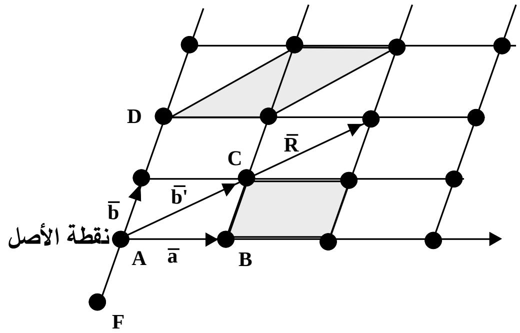
يشار أحياناً إلى الشبيكة غير البرافية بالشبيكة ذات الأساس. كما ذكرنا من قبل، يشير مصطلح "الأساس" إلى مجموعة الذرات التي توجد بالقرب من كل نقطة من نقاط الشبيكة البرافية. يمكن اعتبار أن الشبيكة غير البرافية هي إتحاد شبيكتين برافيتين أو أكثر لهما اتجاهات ثابتة بالنسبة إلى بعضهما بعض. يمثل الشكل 2–4 شبيكة غير برافية مرسومة في بعدين، بينما يمثل الشكل 2–5 شبيكة برافية مرسومة في بعدين، أيضا.

2–3–2 متجهات الأساس Basis vectors

لتوضيح مفهوم متجهات الأساس، نفترض شبيكة كالمبينة بالشكل 2–6. دعنا نختار نقطة أصل الإحداثيات عند نقطة معينة في الشبيكة ولتكن النقطة A. الآن يمكن كتابة متجه الموضع لأي نقطة من نقاط الشبيكة على الصورة:

$$\vec{R}_n = n_1\vec{a} + n_2\vec{b} \qquad 1\text{-}2$$

حيث $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هما متجهين، كما هو مبين بالشكل و $(n_2\ ,\ n_1)$ هما زوج أعداد تعتمد قيمتهما على هندسة الشبيكة النقطية. هكذا تكون إحداثيات النقطة B هي $(n_1,n_2)=(1,0)$ والنقطة D هي $(n_1,n_2)=(0,2)$ والنقطة F هي $(n_1,n_2)=(0,-1)$.

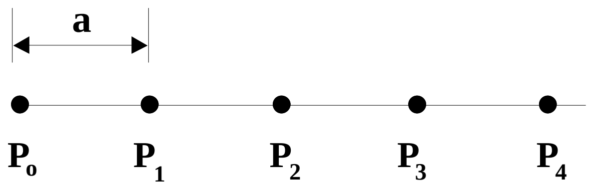


الشكل 2–6 المتجهين $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هما متجهان أساس.

يكون المتجهين $\vec{a}$ و $\vec{b}$ (الواجب عدم كونهما على استقامة واحدة) مجموعة من المتجهات تسمى متجهات الأساس في الشبكة، وبدلالتهما يمكن التعبير بشكل مناسب عن مواضع كل نقطة من نقاط الشبكة باستخدام التعبير الرياضي كما في المعادلة 2–1. ويقال عادة أن الشبكة لها تماثل انتقالي لكل الانتقالات الموصوفة بواسطة متجهات الشبكة $\vec{R}_n$. لا يكون اختيار متجهات الأساس السابق هو الاختيار الأوحد، ويمكن أخذ المتجهات $\vec{a}$ و $\vec{b}'$ بدلا من المتجهات $\vec{a}$ و $\vec{b}$ حيث $\vec{b}'=\vec{a}+\vec{b}$. من الواضح أن هذا الاختيار هو أحد الاختيارات الممكنة. عادة يكون الاختيار طبقا للصلاحية والأكثر مناسبة.

2–3–3 الشبكة البلورية CRYSTAL LATTICE

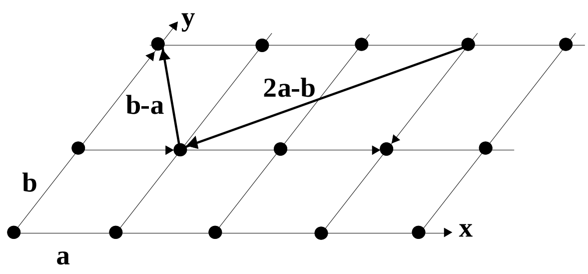
غالبا، يوصف التركيب البلوري بواسطة شبكة بلورية عبارة عن شبكة برافية تتمتع بخاصيتين أساسيتين هما: الانتظام اللانهائي للعقد (للنقاط) في الفراغ، والتماثل الانتقالي. وفيما يلى توضيح لهذا المفهوم. تتركب البلورة المثالية من ذرات مرتبة في شبكة ويمكن تحديد كل ذرة بثلاث متجهات انتقالية أساسية هي $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$. فعلى سبيل المثال نفترض أن المطلوب هو تحريك النقطة p_o في الشكل 2–7 على امتداد خط مستقيم بمسافة انتقالية a إلى المواضع p_1 وp_2 و p_3....الخ، فإنه يمكن تمثيل المسافة الانتقالية a بمتجه له اتجاه محدد وقيمة عددية تساوى a وهذه القيمة العددية تسمى فترة الانتقال. من الواضح أن متجه الانتقال $\vec{a}$ يمكن استخدامه لتمييز انتقالات أخرى موازية مثل $2\vec{a}$ و $3\vec{a}$ و ....و $n\vec{a}$ وهكذا.



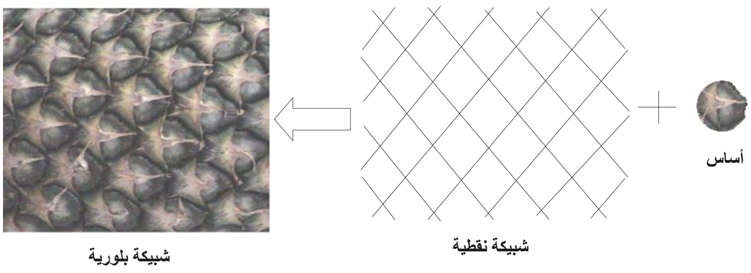
الشكل 2–7 انتقال في بعد واحد.

بنفس الأسلوب يمكن التأثير على النقطة p_o بمتجهى انتقال $\vec{a}$ و $\vec{b}$ فنحصل على الشبيكة المستوية (في بعدين)، كما هو موضح بالشكل 2–8، ويمكن تحديد موضع أي نقطة في الشبيكة بالمجموع الإتجاهى $\vec{T}=n_1\vec{a}+n_2\vec{b}$ ، حيث n_1 و n_2 هي أعداد صحيحة تتضمن الصفر. وإذا كان التأثير على النقطة p_o بثلاث متجهات انتقالية مختلفة مثل $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ فإننا نحصل على شبيكة فى الفراغ ويمكن تحديد موضع أي نقطة فيها بالمجموع الإتجاهى $\vec{T}=n_1\vec{a}+n_2\vec{b}+n_3\vec{c}$.

إذا استبدلنا كل ذرة في الشبيكة البلورية بنقطة فإن كل هذه النقاط الناتجة تسمى بالشبيكة النقطية. يمكن الحصول على التركيب البلوري وذلك بوضع نفس الأساس (القاعدة) من الذرات عند كل نقطة من نقاط الشبيكة وبذلك يمكن كتابة العلاقة بين الشبيكة النقطية والأساس والتركيب البلوري على النحو الآتي: شبيكة نقطية + أساس = شبيكة بلورية (تركيب بلوري). يمكن توضيح هذا المفهوم من خلال الشكل 2–9 والمثال التالي.



الشكل 2–8 انتقال في بعدين (في مستوى واحد).



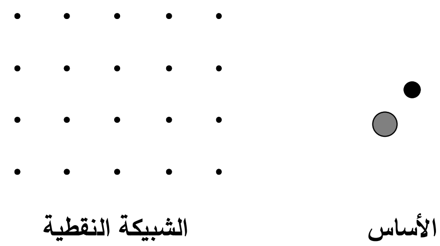
الشكل 2–9 مفهوم العلاقة بين الشبيكة النقطية والأساس والتركيب البلوري

مثال 2–1

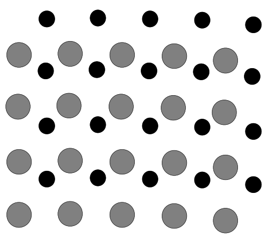
إذا كان الأساس عبارة عن ايونين مختلفين والشبيكة النقطية المبينة بالشكل 2–10، عين الشبيكة البلورية التي تمثل هذا النظام (التركيب البلوري)؟

الحل

بتطبيق العلاقة السابقة التي تنص على " شبيكة نقطية + الأساس = تركيب بلوري" نحصل على التركيب البلوري كما هو موضح بالشكل 2–11.



الشكل 2–10



الشكل 2–11 التركيب البلوري للشبيكة الموصوفة.

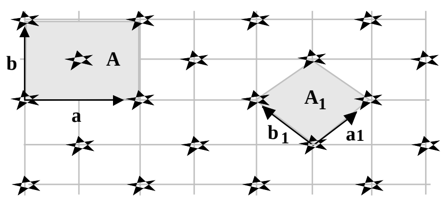
2–3–4 خلية الوحدة UNIT CELL

تسمى مساحة متوازي الأضلاع الذي له جوانب عبارة عن متجهات الأساس $\vec{a}$ و $\vec{b}$ (أو الشكل المجسم الذي نحصل عليه، في الأبعاد الثلاثة، بمتجهات الأساس: $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$) خلية الوحدة أو وحدة البناء البلوري وتكون هذه الوحدة، عادة، أصغر شكل هندسي يمكن بتكراره الحصول على الشبيكة البلورية. لا يكون اختيار خلية الوحدة لنفس الشبيكة الواحدة اختياراً وحيداً وذلك بسبب وجود أكثر من اختيار لمتجهات الأساس، كما ذكرنا من قبل. بالرجوع إلى الشكل 2–6 نجد أن أي من المناطق المظللة في الشكل تصلح كخلية وحدة. ولذلك توجد بعض الملاحظات يجب أخذها في الاعتبار عند اختيار خلية الوحدة نلخصها كالآتي: 1– كل خلايا الوحدة لها نفس المساحة، أي أن مساحة خلية الوحدة هو مقدار فريد حتى لو لم يكن الشكل وحيدا. 2– إذا كنت مهتما بعدد نقاط الشبيكة في خلية الوحدة، فإن خلية الوحدة المتكونة في بعدين تحتوى على أربع نقاط عند أركان الشكل وتشارك كل نقطة في أربع خلايا مجاورة أي أن كل خلية وحدة تحتوى على نقطة واحدة. (وكذلك، فإن خلية الوحدة المتكونة في ثلاثة إبعاد

تحتوى على ثماني نقاط عند رؤوس متوازي المستطيلات وكل نقطة تشارك في ثماني خلايا مجاورة أي أن كل خلية وحدة تحتوى على نقطة واحدة أيضا.)

2–3–5 الخلايا الأولية وغير الأولية PRIMITIVE AND NONPRIMITIVE CELLS

من الممكن أن تكون خلية الوحدة التي تمت مناقشتها من قبل خلية أولية أو غير أولية، حيث يكون من المفيد أحياناً اختيار خلية وحدة كبيرة تظهر بعض خصائص الشبيكة (مثل التماثل) بشكل أوضح. في هذه الحالة، لا تكون خلية الوحدة هي الخلية الأولية. ولتوضيح ذلك نعتبر الشبيكة البرافية المبينة في الشكل 2–12. تكون خلية الوحدة هي الخلية ذات متجهات الأساس $\vec{a}$ و $\vec{b}$ وتكون لها المساحة A. لاحظ أن هذه الخلية تحتوى على نقطة شبيكة في المركز بالإضافة إلى النقاط عند الرؤوس (أي أن العدد الكلى للنقاط داخل الخلية لا يساوى واحد). وبالرغم انه بتكرار هذه الخلية يمكن الحصول على الشبيكة البرافية (أي أنها خلية وحدة) إلا إنها خلية غير أولية. وعند اختيار خلية أخرى ذات متجهات الأساس $\vec{a}_1$ و $\vec{b}_1$، مثلاً، نحصل على خلية وحدة أخرى تحتوى على أربع نقاط عند الرؤوس ولها المساحة A_1. بتكرار هذه المساحة يمكن تغطية كل الشبيكة البرافية. أيضا، لاحظ أن هذه الخلية لا تحتوى على نقاط شبيكية بداخلها، أي أنها تحتوى فقط على أربعة نقاط عند الأركان تشارك الخلايا المجاورة ويكون نصيب هذه الخلية هو نقطة واحدة فقط. تسمى هذه الخلية (A_1) بخلية أولية، بينما تسمى الخلية A بخلية غير أولية. وبناء على ما سبق، يمكن تعريف خلية الوحدة الأولية بأنها أصغر خلية وحدة يمكن بتكرارها تغطية الشبيكة البرافية وتحتوى على عقدة واحدة (نقطة واحدة).



الشكل 2–12 الخلية A_1 هي خلية أولية، بينما A هي خلية غير أولية، بالرغم أن كل منهما تمثل خلية الوحدة.

تذكر أنه بالامكان دائما اختيار خلية أولية (تحقق التماثل الانتقالي وتنتمي لها عقدة (ذرة أو

مجموعة ذرات) واحدة ولها أصغر حجم يمكن اختياره. يحدث أحيانا أن يكون تماثل الخلية الأولية لا يماثل تماثل الشبيكة الأم وفى هذه الحالة ربما نكون مجبرين على اختيار خلية وحدة أخرى (تحتوى على عقد بداخلها وليس عند الأركان) بحيث تحقق هذه الخلية تماثل متماثل مع الشبيكة الأم. تكون الخلية في هذه الحالة غير أولية، وعلى كل حال عند اختيار خلية وحدة تعبر عن الشبيكة يجب اخذ الملاحظات الآتية في الاعتبار:

1– تكون مساحة الخلية غير الأولية مضاعف صحيح لمساحة الخلية الأولية.

2– لا يجب رسم خطوط توصيل بين الخلايا غير الأولية والخلايا غير البرافية. يشير التعبير الأول إلى اختيار معين لمتجهات الأساس (ويكون أحيانا اختيارا عشوائياً)، بينما يشير التعبير الثاني (غير برافية) إلى الحقيقة الفيزيقية للمواقع غير المتكافئة لنقاط الشبيكة.

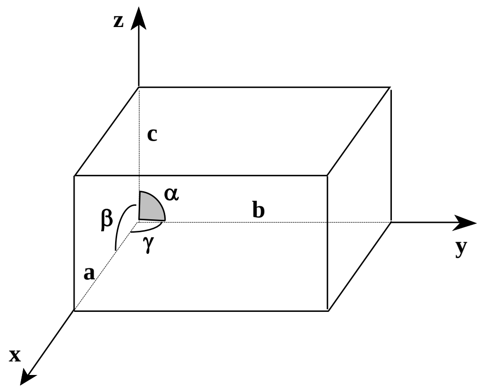
3– يكون حجم الخلية الأولية في الأبعاد الثلاثة والمحددة بمتجهات الأساس $\vec{a}_1$ و $\vec{b}_1$ و $\vec{c}_1$ هو

$$V=\left|\vec{a}_1\times\vec{b}_1\,.\,\vec{c}_1\right|=\left|\vec{b}_1\times\vec{c}_1\,.\,\vec{a}_1\right|=\left|\vec{c}_1\times\vec{a}_1\,.\,\vec{b}_1\right|. \qquad 2\text{-}2$$

2–3–6 متغيرات الشبيكة لوحدة الخلية LATTICE PARAMETERS OF A UNIT CELL

لكي تتحدد البلورة في الفراغ بشكل صحيح، لابد وأن تكون ثلاثة أوجه منها مسندة إلى مجموعة من المحاور الإحداثية تتقاطع عند أحد أركان البلورة أو عند مركزها، ويمكن اختيار اتجاهات وأطوال المحاور بحيث تتفق مع اتجاهات وأطوال أحرف الخلية a و b و c. تسمى a و b و c بالمحاور البلورية كما تسمى الزوايا بين هذه المحاور، α و β و γ، بالزوايا بين الأوجه، كما هو موضح بالشكل 2–13.

تكون الزاوية α محصورة بين المحورين b و c وتكون الزاوية β محصورة بين المحورين a و c والزاوية γ محصورة بين المحورين a و b. تسمى المحاور a و b و c و الزوايا α و β و γ بمعاملات الشبيكة لوحدة الخلية والتي يمكن بواسطتها معرفة شكل الخلية الهندسي وحساب حجمها، كما سوف نبين لاحقا.



الشكل 2-13 متغيرات الشبيكة لوحدة الخلية.

2-4 الأنظمة البلورية السبعة THE SEVEN CRYSTAL SYSTEMS

يتميز الشكل الخارجي لبلورات المواد بأسطحها المستوية والملساء والتي تسمى أوجه البلورة. ويختلف مظهر بلورات المواد المختلفة باختلاف أشكال الأوجه أو باختلاف الزوايا بين هذه الأوجه وبالتالي باختلاف تماثلها. ويعكس المظهر الخارجي للبلورة طبيعة التركيب الداخلي أو وحدات البناء الداخلية التي تكون هذه البلورة. والآن سوف ندرس، بشئ من التفصيل، التركيب البنائى للأنواع المختلفة للشبيكات الفراغية لبلورات المواد الصلبة.

تمكن العالم برافيه (Bravais) عام 1848 من إدخال مفهوم الشبيكة إلى علم البلورات وذلك لتسهيل دراسة التركيب البلوري للمواد الصلبة. وقد تمكن برافى من تصميم أربع عشرة شبيكة فقط تصف التراكيب البلورية جميع المواد الصلبة مصنفة في مجموعات رئيسة أو أنظمة. يأتي هذا العدد الصغير (14 شبيكة) بسبب أن عدد حالات التماثل الانتقالي في الشبيكة يكون محدوداً، فمثلا يستحيل بناء شبيكة ذات خلية وحدة لها شكل خماسي منتظم. تأتى الاستحالة من أنه بالرغم من إمكانية رسم الشكل الخماسي المنتظم بسهولة إلاّ إنّه لا يمكن تغطية مساحة معينة تماما بتكرار هذا الشكل الخماسي المنتظم. وبالتالي نجد أن متطلبات التماثل الانتقالي في بعدين اثنين (على سبيل المثال) تحدد عدد الشبيكات الممكن بنائها إلى خمسة فقط هم: متوازي الأضلاع المائل، المربع القائم، السداسي، المعينى البسيط والمعينى المتمركز. في الأبعاد الثلاثة، يبلغ عدد الشبيكات البرافية أربع عشرة شبيكة فقط، بينما يبلغ عدد الشبيكات

غير البرافية 230 شبيكة. في الأبعاد الثلاثة تكون كل شبيكة برافية خلية وحدة عبارة عن متوازي مستطيلات له جوانب تكون عبارة عن متجهات الأساس $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ وله الزوايا α و β و γ، كما هو موصوف في الجدول 2–1.

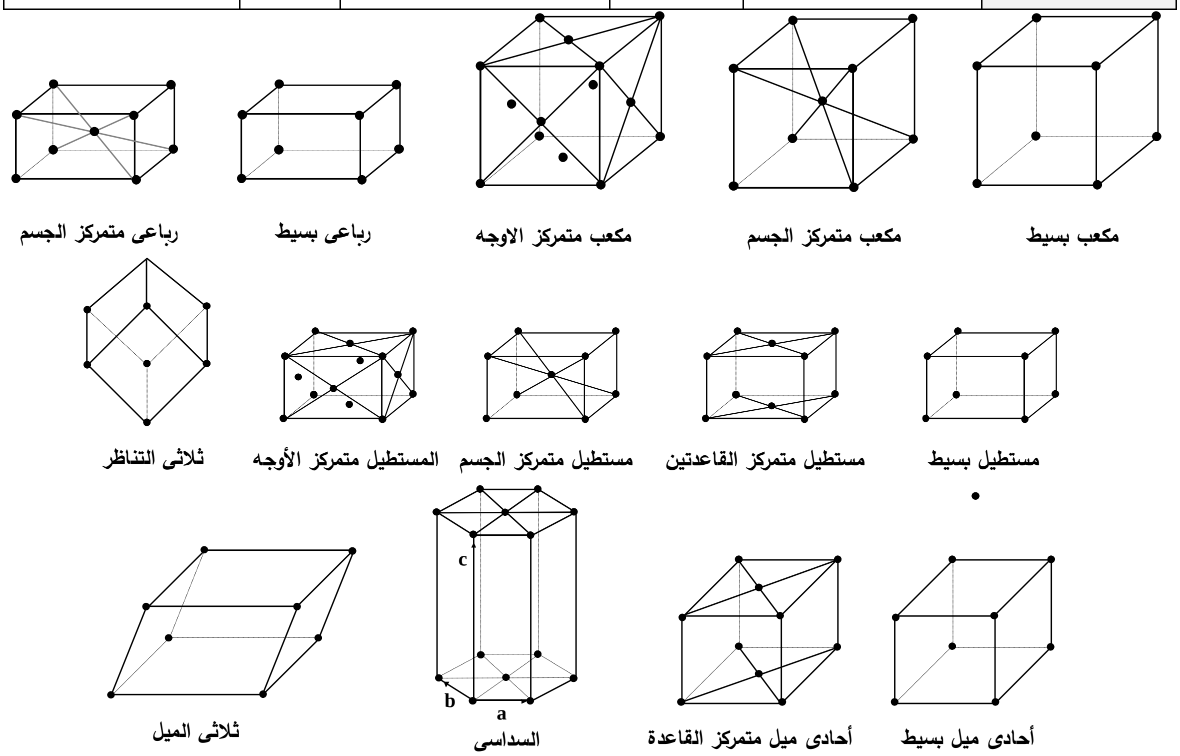
تصنف الأربع عشرة شبيكة البرافية إلى سبع أنظمة (مجموعات أو فصائل) هي : المكعبى، الرباعي القائم، المعينى القائم، ثلاثي التماثل، أحادى الميل، ثلاثي الميل والسداسي. توجد أنوع مختلفة من الشبيكات منها البسيط وغير البسيط.

في الشبيكة البسيطة (simple) تكون النقاط عند رؤوس الشكل فقط، وبذلك تمثل الخلية البسيطة خلية وحدة أولية. بينما في الشبيكة المتمركزة الجسم (م. الجسم body centered) توجد نقطة إضافية عند مركز الجسم بينما في الشبيكة المتمركزة الأوجه (م. الأوجه face centered) توجد نقطة في مركز كل وجه وفى الشبيكة المتمركز القاعدتين توجد نقطة في مركز كل قاعدة، هذا بالإضافة إلى النقاط الموجودة عند الرؤوس في كل الأنواع السابقة . تذكر انه في الشبيكات غير البسيطة تكون خلية الوحدة غير أولية. يبين الجدول 2–1 والشكل 2–14 الوصف التفصيلي والخصائص الهندسية لكل نظام من الأنظمة السبعة. وكما سوف نرى فيما بعد، يمكن تحويل بعض الإشكال إلى أشكال أخرى، فعلى سبيل المثال، يمكن تحويل الرباعي القائم المتمركز القاعدتين إلى رباعي قائم بسيط عند اعتبار خلية وحدة جديدة، كما هو مبين بالشكل 2–15، ويمكن معالجة بعض الحالات الأخرى بالمثل.

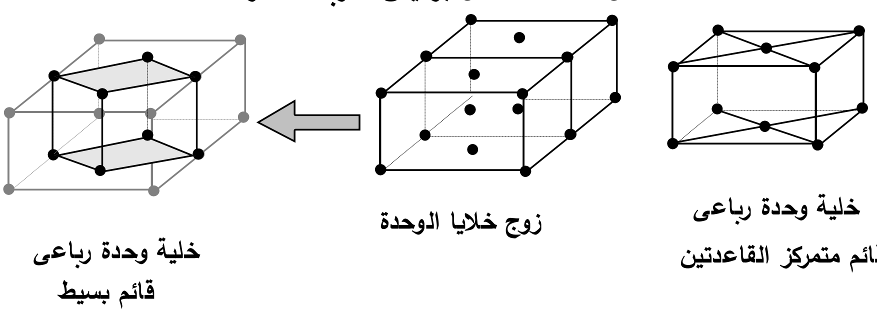
الجدول 2–1 الخصائص التركيبية لوحدة الخلية للأربعة عشر شبيكة برافية.

الفصيلة	الخصائص	عدد الأنواع	النوع	الرمز	خصائص عناصر التماثل
فصيلة المكعبى Cubic	$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	ثلاثة	مكعبي البسيط، SC مكعبي م. الجسم، BCC مكعبي م. الأوجه، FCC	P I F	أربعة محاور دوران ثلاثية الرتبة

فصيلة الرباعي القائم **Tetragonal**	$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	نوعان	رباعي بسيط رباعي م. الجسم	P I	محور دوران ثلاثي الرتبة
فصيلة المعينى القائم **Orthorhombic**	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	أربعة أنواع	مستطيل قائم بسيط مستطيل قائم م. الجسم مستطيل قائم م. الأوجه مستطيل قائم م. القاعدتين	P I F B	ثلاثة محاور دوران ثنائية الرتبة
فصيلة الثلاثي **Trigonal**	$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	نوع واحد	خلية أولية	-	محور دوران ثلاثي الرتبة
فصيلة أحادى الميل **Monoclinic**	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = 90^\circ \neq \gamma$	نوعان	أحادى الميل البسيط أحادى الميل م. القاعدتين	-	محور دوران ثنائي الرتبة
فصيلة ثلاثي الميل **Triclinic**	$a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	نوع واحد	ثلاثي الميل البسيط	-	لا يوجد
فصيلة السداسي **Hexagonal**	$a = b = w \neq c$ $\alpha = \beta = \xi = 120^\circ$ & $\gamma = 90^\circ$	نوع واحد	السداسي البسيط	-	محور دوران ثلاثي الرتبة



الشكل 2-14 أشكال برافيس الأربعة عشرة.



الشكل 2–15 تحويل الرباعي القائم المتمركز القاعدتين إلى رباعي قائم بسيط وذلك باختيار خلية وحدة جديدة.

2–5 خلية فيجنر–زايتس الأولية WIGNER SEITZ PRIMITIVE CELL

سبب دراستنا للخلايا غير الأولية من دون الخلايا الأولية هو تفضيلنا للتعامل مع الخلايا التي لها تماثل يشابه تماثل الشبيكة قيد الدراسة. فمثلا في حالة المكعبى المتمركز الأوجه يتم التعامل مع خلية غير أولية وهى عبارة عن مكعب يحتوى على عقد في مراكز الأوجه وذلك بسبب تشابه التماثل مع شبيكة المكعبى. على الجانب الأخر، تكون الخلية الأولية للشبيكة المتمركزة الأوجه عبارة عن متوازي سطوح مائل لا يملك تماثل شبيكة المكعبى. والسؤال الذي يطرح نفسه هو، أليس من الممكن اختيار خلية أولية بحيث يكون لها تماثل يشابه تماثل الشبيكة التي هي جزء منه؟ الجواب: نعم يوجد مثل هذا الاختيار، والخلية الأولية التى نحقق ذلك تسمى خلية فيجنر–زايتس.

أقترح العالم فيجنر–زايتس طريقة بسيطة يمكن بواسطتها اختيار وحدة الخلية ويتم ذلك بأتباع الخطوات الآتية :

1– نرسم الشبيكة النقطية التي تمثل الشبيكة البرافية.

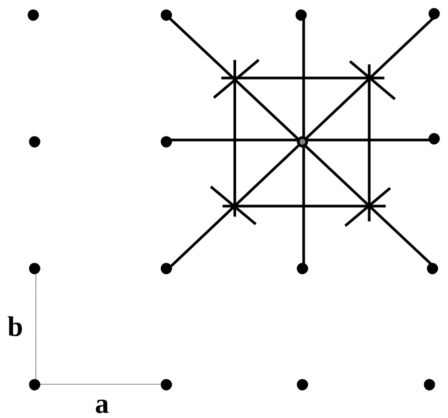
2– نعتبر نقطة معينة في الشبيكة، ثم نرسم خطوطا تصل هذه النقطة بكل نقاط الشبيكة المحيطة والأقرب إلى هذه النقطة، كما هو موضح بالشكل 2–16.

3– عند منتصف الخطوط المرسومة نرسم خطوط أو مستويات متعامدة.

4– تكون أصغر مساحة (في حالة البعدين) أو أصغر حجم (في حالة الأبعاد الثلاثة) ينتج بهذه الطريقة هو وحدة خلية فيجنر–زايتس وهى خلية تحتوى على نقطة شبيكية (عقدة) واحدة بداخلها. وقد وجد أن شكل خلية فيجنر–زايتس هو دائما سداسي الشكل ماعدا في حالة الشبيكة المستطيلة والمربعة تكون الخلية فيهما مربعة، كما يبين الشكل 2–16.

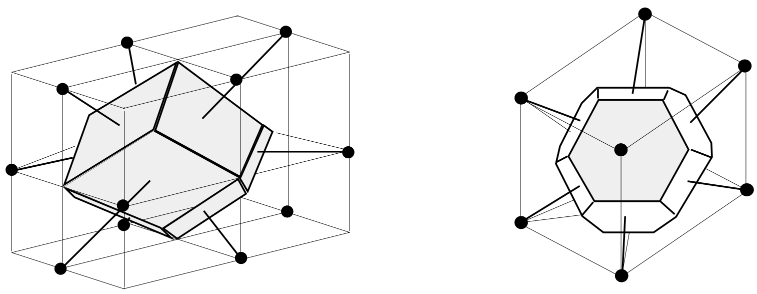
تبدو خلية فيجنر–زايتس للشبيكة المكعبة المتمركزة الجسم، BCC، على هيئة جسم ثماني

الأوجه مشذب (مقطوع)، أي له ثماني وجوه عبارة عن أشكال سداسية منتظمة وستة وجوه مربعة الشكل كما هو مبين بالشكل 2−17(أ) ويكون كل وجه سداسي عموديا على المستقيم الواصل من الرأس إلى الخلية المتمركزة.



الشكل 2−16 خلية فيجنر−زايتس في بعدين متعامدين و $a = b$.

أما خلية فيجنر−زايتس للبلورة المتمركز الأوجه، FCC، فتكون على هيئة معيني اثني عشري (Rhombic dodecahedron)، أي له اثني عشر سطحاً على شكل معين، كما هو موضح بالشكل 2−17(ب). في هذا الشكل لم تظهر الخلية الأولية للشبيكة، فالمكعب المرسوم المحيط بخلية فيجنر−زايتس ليس خلية أولية. تكون كل الأوجه الإثنى عشر متطابقة ويكون كل وجه عموديا على المستقيم الواصل بين الذرة الموجودة وسط خلية فيجنر−زايتس والذرات الإثنى عشر الموجودة وسط أضلاع المكعب المرسوم.



أ− خلية فيجنر−زايتس للمكعب متمركز الجسم BCC

ب− خلية فيجنر−زايتس للمكعب متمركز الأوجه FCC

الشكل 2−17 خلية فيجنر−زايتس للمكعب المتمركز الجسم وللمكعب المتمركز الأوجه.

2−6 عناصر التماثل في البلورات SYMMETRY ELEMENTS OF CRYSTALS

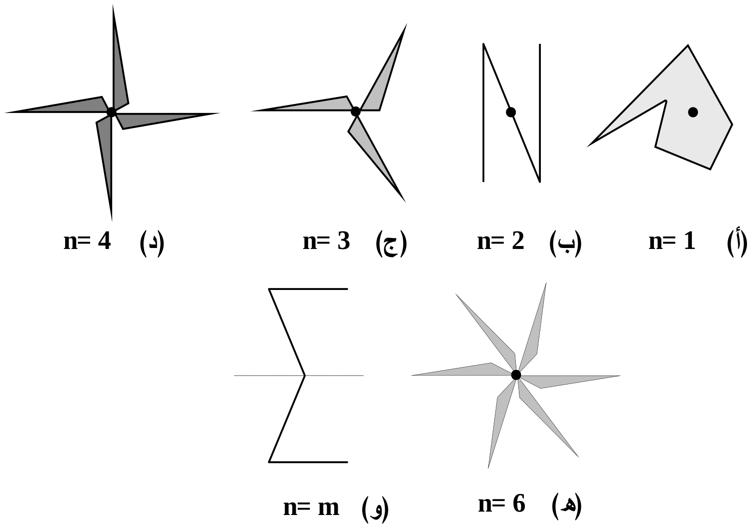
يأتى اختلاف بلورات المواد الصلبة من تباين شكل الشبيكات البلورية لها. وينتج هذا التباين من اختلاف أبعاد وزوايا وحدات التركيب البلوري. ولكي يمكن تصنيف الشبكات البلورية يجب أخذ مبدأ التماثل في الاعتبار. والتماثل هو تحول الشيء بطريقة أو بأخرى لكي ينطبق على نفسه مرة أخرى. ويعتبر التماثل أهم الخصائص الهندسية التي تميز خلايا الوحدة للجسم الصلب المتبلور، حيث تتميز كل خلية بنوع واحد أو أكثر من أنواع التماثل الهندسي.

تنشأ عناصر التماثل الهندسي في الأجسام المتبلورة بسبب تكرار الوحدات البنائية بشكل منتظم وبالتالي يمكن وصف انتظام التوزيع البنائى للبلورة بدلالة عناصر تماثل توجد منها عناصر خارجية وأخرى داخلية. عناصر التماثل الخارجية ثلاث هي: مركز التماثل، محور التماثل، ومستوى التماثل بينما تكون عناصر التماثل الأخرى داخلية مثل الدوران والانقلاب والانعكاس والمستوى المنزلق. سوف نناقش كل من هذه العناصر بشئ من التفصيل فيما يلى.

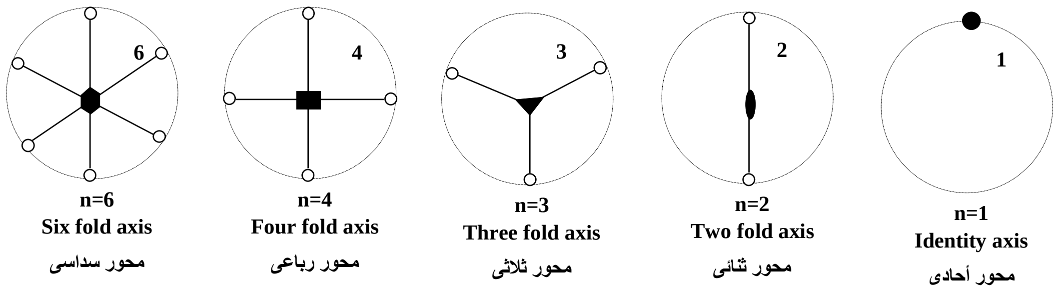
2–6–1 محور التماثل AXIS OF SYMMETRY

يعرف محور التماثل بأنّه محور تخيلي يمر بمركز البلورة أو الخلية، بحيث إذا دارت حوله الخلية بزاوية 360^o فإنها تكرر نفسها (أي تحتل نفس الوضع في الفراغ)، من حيث الشكل عددا من المرات. تتحدد رتبة التماثل للمحور بعدد المرات (n) التي تكرر فيها البلورة وضعها خلال دورة كاملة. فعلى سبيل المثال، إذا أدرنا أي جسم غير متماثل حول أي محور فإن الجسم سوف يعود إلى وضعه الأصلي (وضع مماثل) بعد 360^o، أي بعد دورة واحدة ويسمى محور التماثل، في هذه الحالة، محور تماثل من الرتبة الأولى (n=1). ويقال أن محور التماثل من الرتبة الثانية إذا تكرر وضع الجسم أو البلورة مرتين عند الدوران حوله دورة كاملة وهكذا، كما هو مبين بالشكل 2–18. تعرف رتبة التماثل بأنها عدد المرات التي يكرر الجسم أو البلورة نفسها عند دورانها حول المحور دورة كاملة، أي أن $n = \frac{2\pi}{\theta}$، حيث θ هي الزاوية التي يكرر الجسم نفسه عندها.

وقد وجد أن رتبة التماثل، n، تأخذ فقط قيم عددية صحيحة (1، 2، 3، 4 و 6 فقط). لاحظ غياب الرقم 5. يبين الشكل 2-19 أنواع ورموز محاور التماثل ذات الرتب المختلفة.



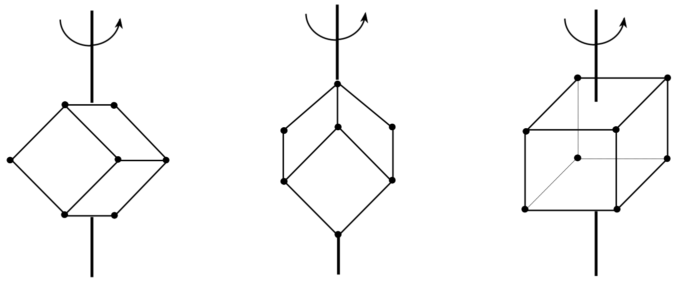
الشكل 2-18 تماثل الجسم حول محور.



الشكل 2-19 أنواع ورموز محاور التماثل البلوري.

وفى ضوء ما سبق، يكون لفصيلة المكعبى ثلاثة عشر محور تماثل، كما هو مبين الشكل 2-20، وبياناتها كالأتي :

- عدد 3 محاور من الرتبة الرابعة يصل كل منها بين مراكز الأوجه المتقابلة (الجزء-أ من الشكل 2-20).
- عدد 4 محاور من الرتبة الثالثة يصل كل منها بين زاويتين مجسمتين متقابلتين (الجزء-ب من الشكل 2-20).
- عدد 6 محاور من الرتبة الثانية يصل كل منها بين النقطتين المنصفتين لحرفين متقابلين (الجزء-ج من الشكل 2-20).

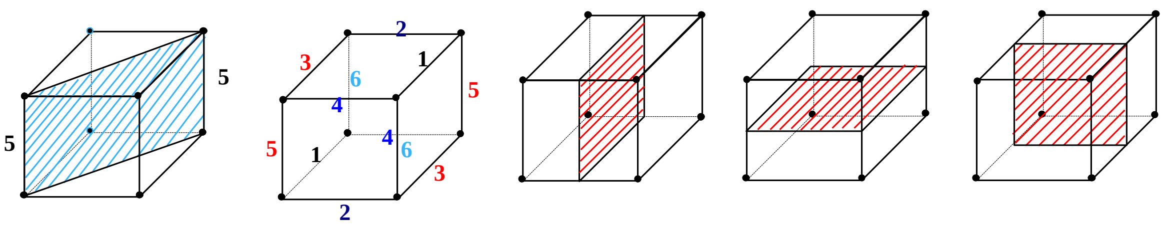


$\Theta=180^o$ ج– 6 محاور ثنائية الرتبة | $\Theta=120^o$ ب– 4 محاور ثلاثية الرتبة | $\Theta=90^o$ أ– 3 محاور رباعية الرتبة

الشكل 2–20 محاور التماثل في فصيلة المكعبى.

2–6–2 مستوى التماثل PLANE OF SYMMETRY

يعرف مستوى التماثل بأنه المستوى الذي يقسم البلورة إلى نصفين متساويين ومتشابهين بشرط أن يكون أحد النصفيين صورة مرآة للنصف الأخر. ويلاحظ أن كل نقطة أو حرف أو وجه أو زاوية مجسمة على أحد جانبي مستوى التماثل يقابلها نقطة أو حرف أو وجه أو زاوية مجسمة على الجانب الأخر من مستوى التماثل. وفي ضوء ما سبق فإنه يكون لفصيلة المكعبى تسعة مستويات تماثل، كما هو مبين بالشكل 2–21، وبيانها كالأتي:



ب– ستة مستويات تماثل | أ– ثلاث مستويات تماثل

الشكل 2–21 مستويات التماثل في فصيلة المكعبى.

– عدد ثلاث مستويات تمر بمركز البلورة وتوازى أوجه المكعب، كما فى الشكل 2–21(أ).

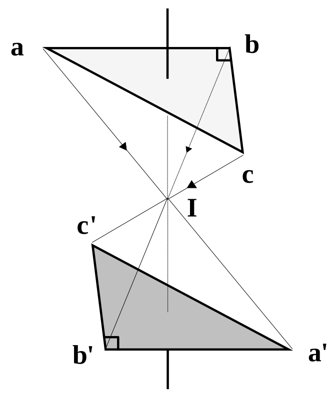
– عدد ستة مستويات تمر بمركز البلورة وكل مستوى منها يصل بين حرفين متقابلين، كما بالشكل 2–21(ب).

3–6–2 مركز التماثل CENTER OF SYMMETRY

مركز التماثل هو نقطة وهمية متوسطة في البلورة تتميز بأن أي وجهين أو حرفين أو زاويتين مجسمتين تتماثلان عبر هذه النقطة.

2–6–4 مركز الانقلاب CENTER OF INVERSION

يقال أن للبلورة مركز انقلاب إذا وجدت فيها نقطة تماثل انقلابي بشرط أن تظل الخلية كما هي عند أجراء الانتقال الرياضي $\vec{r} \to -\vec{r}$ عليها. يبين الشكل 2–22 أن المثلث abc ينطبق على نفسه بعملية انقلاب عبر مركز الانقلاب I فيتحول إلى المثلث $a'b'c'$. يقال في هذه الحالة أن المثلث متماثل تماثلا انقلابيا عبر مركز التماثل I. تكون جميع الشبيكات البرافية متماثلة الانقلاب ويمكن رؤية هذه الحقيقة بالرجوع إلى الشكل 2–22 أو بملاحظة أن لكل متجه انتقالي $\vec{R}_n = n_1\vec{a} + n_2\vec{b} + n_3\vec{c}$ يوجد متجه معكوس $\vec{R}_n = -\vec{R}_n = -n_1\vec{a} - n_2\vec{b} - n_3\vec{c}$. كما يمكن أن يوجد مركز انقلاب للشبيكة غير البرافية ويعتمد ذلك على تماثل الأساس.



الشكل 2–22

2–6–5 مستوى الانعكاس PLANE OF REFLECTION

مستوى الانعكاس في البلورة هو المستوى الذي يمكن أن يحدث (إجراء) عنده انعكاس للبلورة وتظل كما هي. لاحظ أنّ المستوى m، في الشكل 2–18(و) هو مستوى تماثل انعكاسي، أي أن الجسم ينطبق على نفسه بواسطة عملية انعكاس على هذا المستوى. ويمكن القول أن مستوى الانعكاس هو في الحقيقة مستوى تماثل. لاحظ أن ثلاثي الميل ليس له مستوى انعكاس، بينما يكون لأحادي الميل مستوى واحد في منتصف المسافة بين القاعدتين وموازيا لهما ويكون للمكعب تسعة مستويات انعكاسية كما بينا من قبل.

2–6–6 محور الدوران AXIS OF ROTATION

يعرف محور الدوران بأنه المحور الذي إذا دارت حوله البلورة بزاوية ما تظل البلورة كما هي، تماما كما في حالة محور التماثل. أي أن كل محور تماثل هو محور دوراني.

2–6–7 مستوى الانزلاق SLIPPING PLANE

يوجد مستوى الانزلاق في البلورة عندما يتحدد مستوى الانعكاس بالانتقال الموازى لهذا المستوى بحيث يصل التركيب إلى تطابق ذاتي بواسطة الحركة والانعكاس عبر مستوى معين. ومما سبق يمكن القول بأن للمكعب 23 عنصر تماثل وبياناتها كالأتي :–

– عدد 13 محور تماثل: 3 محاور رباعية، 4 محاور ثلاثية و 6 محاور ثنائية.

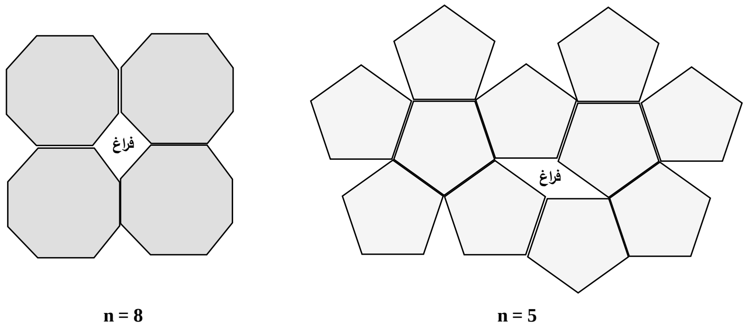
– عدد 9 مستويات تماثل: 3 عمودية على الأوجه و 6 قطرية تصل بين الأحرف.

– مركز تماثل واحد.

2–6–8 حول رتبة التماثل ABOUT SYMMETRY ORDER

في الشبكات البلورية لوحظ عدم وجود محاور تماثل (تماثل) ذات الرتبة 5، 7 أو 8 ...الخ. التماثل الخماسي $(n=5)$، مثلا، يمكن أن يكون موجوداً للجزيئات أو لأشياء أخرى خلاف الشبكات البلورية. يرجع ذلك إلى عدم إمكانية ملئ أي مستوى بلوري بخلايا أولية خماسية أو سباعية أو ثمانية .... الأضلاع من دون ترك فواصل فارغة فيما بينها أو من دون تراكبها بعضها على بعض، كما يتضح في الشكل 2–23. فلكي يغطى المستوى البلوري بمضلعات (خلايا أولية) عدد أضلاع أي منها n يجب أن تكون الزاوية المحصورة بين أي ضلعين عدد صحيح من 2π (أي تساوى $\frac{2\pi}{p}$، حيث p عدد صحيح). وبما أن زاوية المضلع تساوى $\frac{\pi(n-2)}{n}$، إذن $\frac{2\pi}{p}=\frac{\pi(n-2)}{n}$ ، وبالتالي نجد $p=\frac{2n}{n-2}$ وتكون p عدد صحيح عندما تكون n =3، 4، 6 (أو عندما لا تساوى 5، 7، أو 8). وبناء على هذا

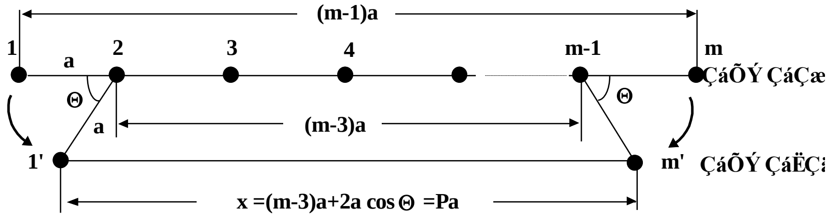
فليست كل أنواع محاور التماثل موجودة في الشبكات.



الشكل 2−23

يمكن إثبات أن رتبة التماثل n تأخذ القيم 1، 2، 3، 4 و 6 فقط وذلك باعتبار شبكة نقطية في بعدين كما هو موضح بالشكل 2−24.

يتضح من الشكل أن الذرات تحتل مواضع النقاط الشبيكية بحيث أن المسافة بين أي ذرتين هي a وبالتالي تكون المسافة بين الذرة رقم (1) والذرة رقم (m) في الصف الأول هي $(m-1)a$. فإذا كانت الزاوية θ هي زاوية الدوران المسموح به طبقا لتماثل هذه الشبيكة فهذا يعنى أن الذرة رقم (1) إذا دارت عكس عقارب الساعة حول الذرة رقم (2) بزاوية θ فإنها تصبح في الصف الثاني عند موضع الذرة رقم (1′)، كما يتضح فى الشكل.



الشكل 2−24 شبكة نقطية في بعدين.

بالمثل، إذا دارت الذرة (m) مع عقارب الساعة حول الذرة رقم (m-1) بنفس الزاوية θ فإنها تصبح في الصف الثاني عند موضع الذرة رقم (m’). وبالتالي تكون المسافة x بين الذرتين (1′) و (m′) مساوية للمقدار Pa، حيث P عدد صحيح. ومن الشكل السابق نجد أن،

$$x = (m-3)a + 2a\cos\Theta = Pa$$

$$\therefore \cos\Theta = \frac{3+(P-m)}{2} \quad ,$$

حيث $m < P$. وبما أن P عدد صحيح و m عدد صحيح أيضا، إذن (P-m) يكون عدداً صحيحاً. لا تتحقق المعادلة السابقة خلال دورة كاملة إلا في الحالات الآتية المبينة بالجدول (2–2).

الجدول 2–2

(P-m)	Cos θ	θ	رتبة الدوران n
-1	1	°0	1
-2	½	$\pi/3=60°$	6
-3	0	$\pi/2=90°$	4
-4	-1/2	$2\pi/3=120°$	3
-5	-1	$\pi=180°$	2

ويمكن تمييز الفصائل البلورية السبعة طبقا لمحاور التماثل التي تخص كل منها فقط كما يلي:

1– فصيلة المكعبى وتتميز بوجود أربعة محاور ثلاثية.

2– فصيلة الرباعي وتتميز بوجود محور ثلاثي واحد يميل بمقدار ثابت على المحاور البلورية.

3– فصيلة المعينى القائم وتتميز بوجود ثلاث محاور ثنائية فقط.

4– فصيلة الثلاثي وتتميز بوجود محور رباعي واحد فقط.

5– فصيلة أحادى الميل وتتميز بوجود محور ثنائي واحد فقط ولا يوجد محور تماثل برتبة اكبر من ذلك.

6– فصيلة ثلاثي الميل وتتميز بعدم وجود أي محور تماثل.

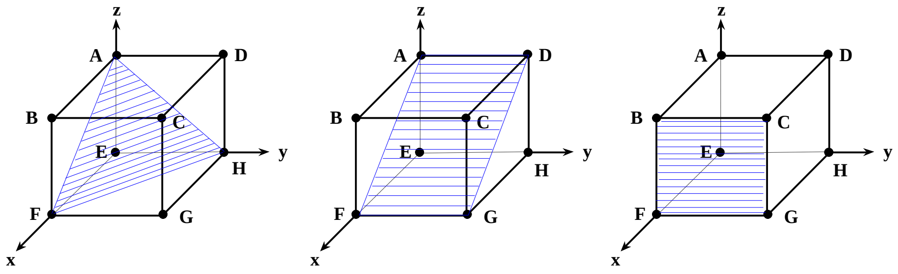
7– فصيلة السداسي وتتميز بوجود محور سداسي واحد فقط.

2–7 أنظمة المستويات المهمة في فصيلة المكعبى IMPORTANT PLANE SYSTEMS IN A CUBIC CRYSTALS

يوجد في فصيلة المكعبى ثلاث أنظمة من المستويات الذرية المهمة، حيث تتميز بأنها غنية جدا بالذرات وبالتالي يكون انعكاس الأشعة السينية (طبقا لقانون براج) على هذه المستويات أكثر كثافة لانعكاس الأشعة من غيرها من المستويات، كما سنبين فى باب لاحق. يتكون كل نظام من هذه الأنظمة من مجموعة من المستويات المتوازية تنفصل عن بعضها بمسافة ثابتة تعتمد على أبعاد البلورة وتختلف من مجموعة مستويات إلى مجموعة أخرى، كما هو مبين بالشكل 2–25. تتلخص خصائص مجموعات

المستويات المهمة في المكعب في الأتي:

(أ)- المجموعة الأولى: تتكون من أسطح المكعب (مثل المستوى ABCD على سبيل المثال) والمستويات التي توازيها، كما هو موضح بالجزء (أ) من الشكل. تكون المسافة بين هذه المستويات هي $d_1 = a$، حيث a هو طول ضلع المكعب.



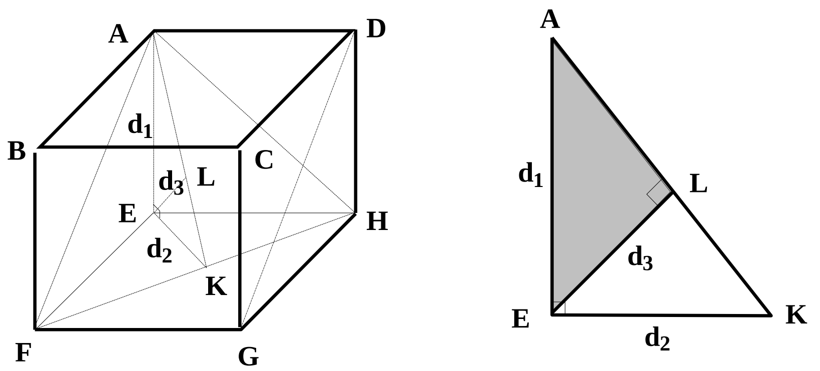
الشكل 2-25 المستويات المهمة في فصيلة المكعبى.

(ب)- المجموعة الثانية: هي مجموعة المستويات المتوازية التي تمر بمركز المكعب وتصل بين حرفين متقابلين في المكعب، مثل AFGD كما هو موضح بالجزء (ب) من الشكل. تميل هذه المستويات بزاوية 45° على المستويات المناظرة في المجموعة الأولى. تكون المسافة بين هذه المستويات هي d_2.

(ج)- المجموعة الثالثة: هي مستويات مثلثية متوازية مثل المستويات التي توازى المستوى AFH المبين في الجزء (ج) من الشكل. المسافة بين هذه المستويات تساوى d_3.

يمكن تعيين المسافات d_1، d_2 و d_3، بالرجوع إلى الشكل 2-26، على النحو التالي : بما أن المسافة بين مستويات الأوجه مثل ABCD و EFGH هي d_1 فإن المسافة بين المستويات المتوازية مثل AFGD والتي تميل بزاوية 45° على مستويات المجموعة الأولى هي d_2، حيث

$$d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{2}} . \qquad 2\text{-}3$$



الشكل 2–26 إيجاد المسافات بين المستويات.

يمثل المثلث AFH مستويات المجموعة الثالثة حيث تكون المسافة بين مستويات هذه المجموعة المتوازية هي d_3. يمكن إيجاد المسافة d_3 برسم المثلث AEK كما بالشكل السابق، حيث EK يكون عمودياً على FH، و $EL = d_3$ يكون عمودياً على AK.

من تشابه المثلثين ELK و AEK نجد أن

وبالتالي

$$\frac{EL}{EK} = \frac{AE}{AK}$$

أو

$$\frac{d_3}{d_2} = \frac{d_1}{\sqrt{(d_1^2 + d_2^2)}}$$

$$d_3 = \frac{d_1 d_2}{\sqrt{(d_1^2 + d_2^2)}}$$

$$\because d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{2}}$$

مما سبق نحصل على

$$d_3 = \frac{d_1^2}{\sqrt{2}.\sqrt{\left(d_1^2 + \frac{1}{2}d_1^2\right)}} = \frac{d_1}{\sqrt{3}} \qquad 4\text{-}2$$

ويمكن كتابة النسب بين المسافات الثلاثة d_1 و d_2 و d_3 على النحو الآتي،

$$\frac{1}{d_1} : \frac{1}{d_2} : \frac{1}{d_3} = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} \qquad 5\text{-}2$$

وبنفس الطريقة السابقة، في حالة المكعب المتمركز الجسم، BCC، يمكن إثبات أن

$$\frac{1}{d_1}:\frac{1}{d_2}:\frac{1}{d_3}=1:\frac{1}{\sqrt{2}}:\sqrt{3} \qquad 6\text{-}2$$

وفى حالة المكعب المتمركز الأوجه، FCC، يمكن إثبات أن

$$\frac{1}{d_1}:\frac{1}{d_2}:\frac{1}{d_3}=1:\sqrt{2}:\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad 7\text{-}2$$

وقد تمكن العالم براج بواسطة تجارب تشتت الأشعة السينية باستخدام بلورات مختلفة من إثبات صحة العلاقات السابقة، وقد استخدمت هذه العلاقات للتعرف على شكل الخلايا المكعبة وتحديد ما إذا كانت خلايا بسيطة أم متمركزة الجسم أو الأوجه.

8–2 أدلة ميلر MILLER'S INDICES

تختلف الظواهر الفيزيقية في المواد البلورية (وبالتالي الخصائص) تبعا لاختلاف الاتجاهات أو المستويات البلورية وذلك نظرا لعدم تجانس خواص البلورة في الأبعاد الثلاثة. لذلك، فإنه من المهم عند وصف ظاهرة فيزيقية معينة أن نحدد الاتجاهات أو المستويات البلورية التى تقاس فيها الظاهرة. وقد أمكن وصف المستويات البلورية والاتجاهات بأدلة عددية تسمى أدلة ميلر (نسبة العالم الانجليزى ميلر ويشار إلى هذه الأدلة أحياناً بالمعاملات أو القرائن). سنعرض فيما يلى طريقة تعيين أدلة ميلر وسنبين كيف أنه بواسطة هذه الأدلة، يمكن رسم أو تمييز مستوى معين فى البلورة عن مستوى أخر.

1–8–2 أدلة ميلر للمستويات البلورية MILLER'S INDICES FOR CRYSTAL PLANES

يمكن وصف المستويات البلورية بواسطة مجموعة من الأدلة العددية وضعها العالم الأنجليزى ميلر عام 1800. يمكن تعريف أدلة ميلر للمستوى بأنها مجموعة مكونة من ثلاثة أرقام تصف مكان واتجاه المستوى في البلورة. يمكن تعيين أدلة ميلر بإتباع الخطوات التالية وبالإشارة إلى الشكل 2–27 :–

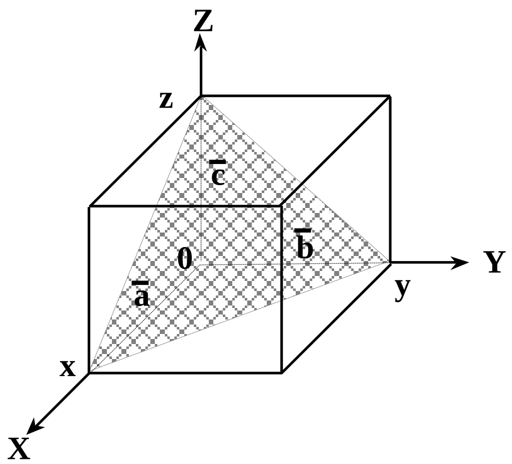
1– نفترض أن المحاور الكارتيزية تتطابق مع متجهات الأساس للبلورة (أحرف البلورة) ويكون رأس البلورة هو بمثابة نقطة الأصل للمحاور، كما بالشكل.

2– نفترض أن نقاط تقاطع المستوى مع المحاور على امتداد متجهات الأساس $\vec{c},\vec{b},\vec{a}$ هي x و y و

.z تكون x عبارة عن مضاعف كسرى من a وتكون y عبارة عن مضاعف كسرى من b وتكون z عبارة عن مضاعف كسرى من c.

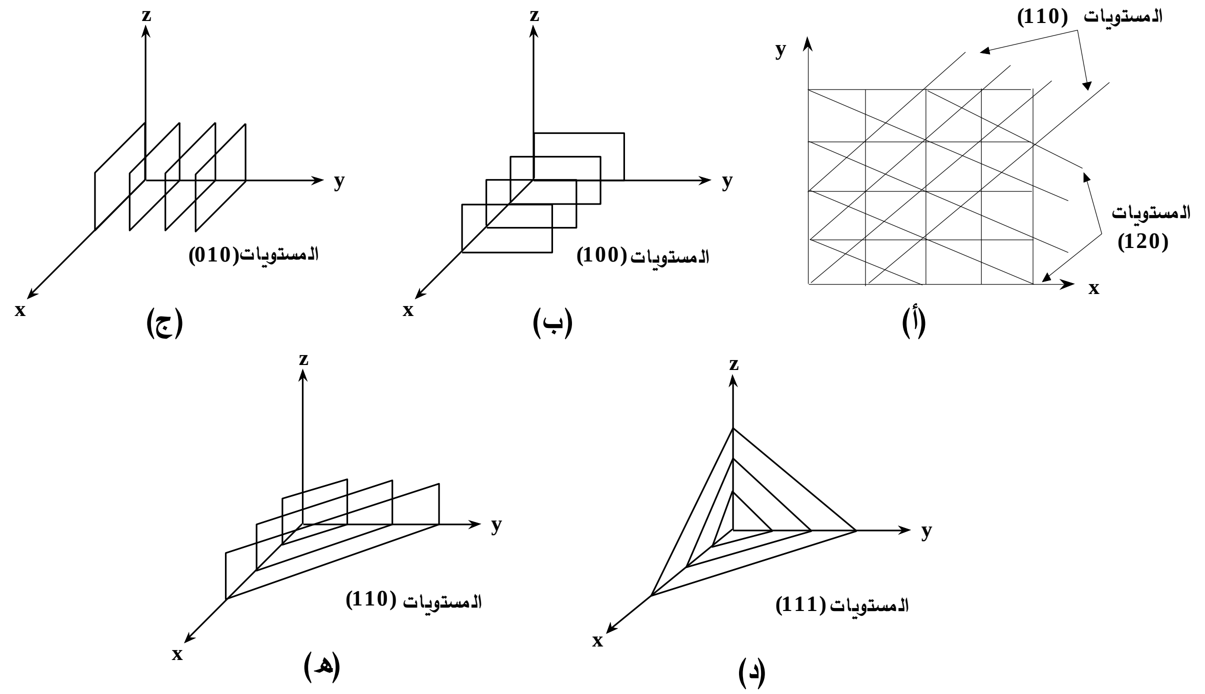
3– نكون مجموعة الأعداد الكسرية على النحو ($\frac{z}{c}$ و $\frac{y}{b}$ و $\frac{x}{a}$).

4– نأخذ مقلوب مجموعة الأعداد السابقة لنحصل على ($\frac{c}{z}$ و $\frac{b}{y}$ و $\frac{a}{x}$)، ثم نختزل هذه المجموعة إلى اصغر قيم للإعداد وذلك بالضرب في اصغر عامل مشترك للمقام.



الشكل 2–27

5– تسمى المجموعة الأخيرة التي نحصل عليها بأدلة ميلر للمستوى وتكتب على الصورة (hkl). يبين الشكل 2–28 العديد من الأمثلة لتعيين أدلة ميلر للمستويات البلورية الموضحة بالشكل.



الشكل 2-28 أمثلة لتعيين أدلة ميلر لمستويات بلورية.

عند وصف المستويات البلورية بواسطة أدلة ميلر يجب اخذ الملاحظات الآتية في الاعتبار :

1- جميع الخواص تكون متساوية بين المستويات المتوازية ذات اتجاه معين ويكون لها نفس أدلة ميلر .

2- لا تحدد أدلة ميلر مستوى معين فقط بل تصف أيضا مجموعة المستويات الموازية له.

3- المستوى الموازى لأي إحداثي والذي له فاصل يساوى ∞ يكون له معامل ميلر على هذا المحور يساوى صفر.

4- النسبة بين الأدلة هي العامل المهم وليس قيمة المعامل نفسه، فالمستوى (622) هو نفسه المستوى (311).

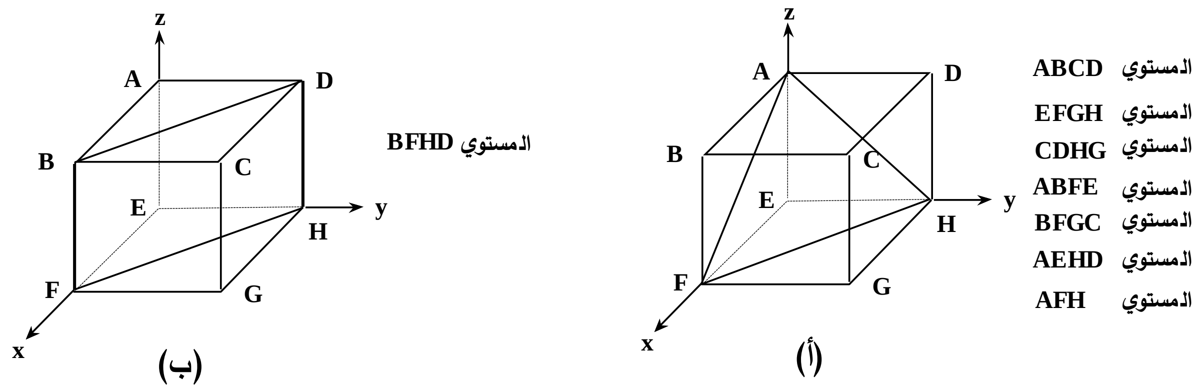
5- تقطع المستويات المتوازية والموازية لمستوى معين المحاور الثلاثة في مضاعفات صحيحة لتقاطع هذا المستوى، وبالتالي يكون لهذه المستويات نفس أدلة ميلر للمستوى الأول وتكتب على الصورة $\langle hkl \rangle$.

6- تدل الإشارة السالبة التي توضع أعلى المعامل على أن الأجزاء المقطوعة من المحاور تكون في

الاتجاه السالب من نقطة الأصل.

مثال 2-2

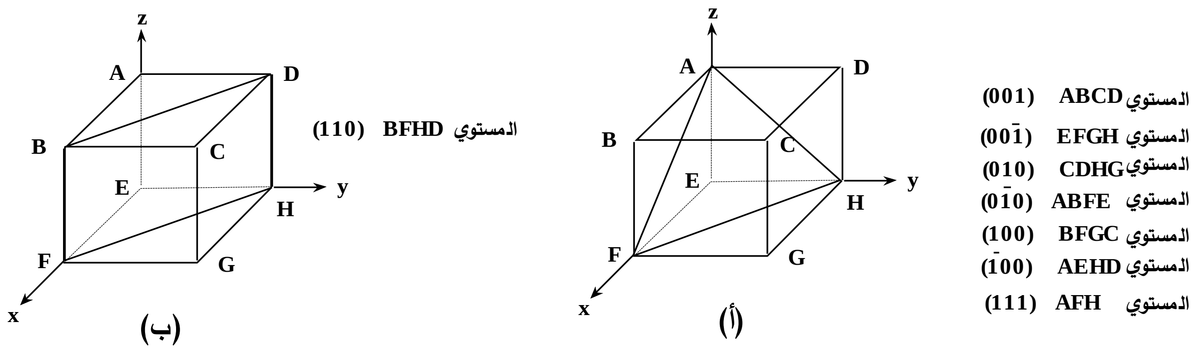
عين أدلة ميلر للمستويات المبينة في الشكل 2-29.



الشكل 2-29

الحل

بإتباع نفس الخطوات المذكورة في السابق يمكن تعيين أدلة ميلر على النحو المبين في الشكل 2-30.



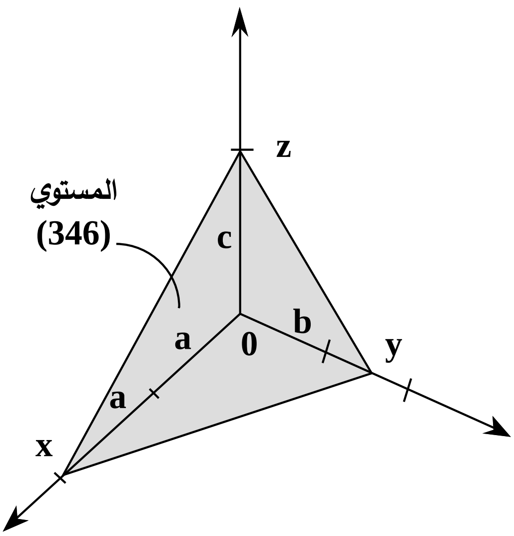
الشكل 2-30

مثال 2-3

عين أدلة ميلر للمستوى المبين في الشكل 2-31.

الحل

بالرجوع إلى الشكل 2−31 نجد أن $x = 2a$ و $y = \frac{3}{2}b$ و $z = c$. لتعين أدلة ميلر (hkl) للمستوى المبين، نكون أولا مجموعة الأعداد $\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}\right) = \left(2, \frac{3}{2}, 1\right)$، ثم نعكسها فنحصل على $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1\right)$، وأخيرا نضربها في اصغر عامل مشترك للمقام (وهو 6) نحصل على أدلة ميلر للمستوى على النحو $(hkl) = (346)$.



الشكل 2−31

مثال 2−4

إذا كان مستوى يقطع المحاور الثلاثة عند القيم $\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{3c}{4}$، أوجد أدلة ميلر لهذا المستوى.

الحل

تكون النسب العددية هي $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ وتكون مقلوبات هذه النسب هي $2, 2, \frac{4}{3}$ أو (664) وهى تكافئ (332)، وتكتب أدلة ميلر لهذا المستوى على الصورة (332).

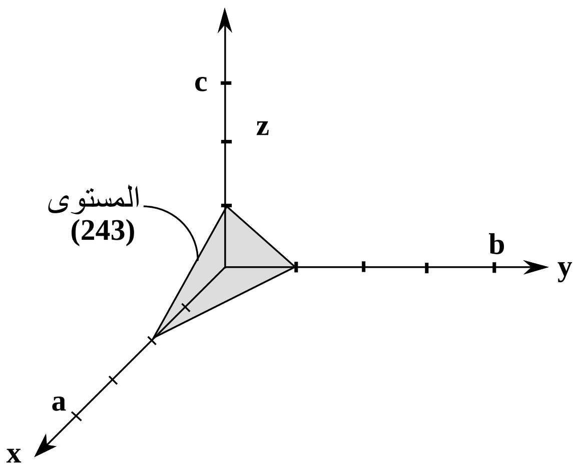
مثال 2−5

إذا قطع مستوى ما فى البلورة نصف وحده خلية في اتجاه محور الأساس a و ربع وحده خلية

في اتجاه محور الأساس b و ثلث وحده خلية في اتجاه محور الأساس c. أرسم هذا المستوى ثم أوجد أدلة ميلر له.

الحل

تكون الأجزاء المقطوعة من المحاور الثلاثة هي $\frac{1}{2}a, \frac{1}{4}b, \frac{1}{3}c$ ، وبإتباع نفس الخطوات المذكورة في المثال السابق، تكون الأدلة العددية هي $2, 4, 3$ وبذالك تكون أدلة ميلر هي (243). يبين الشكل 2-32 رسما للمستوى المطلوب.



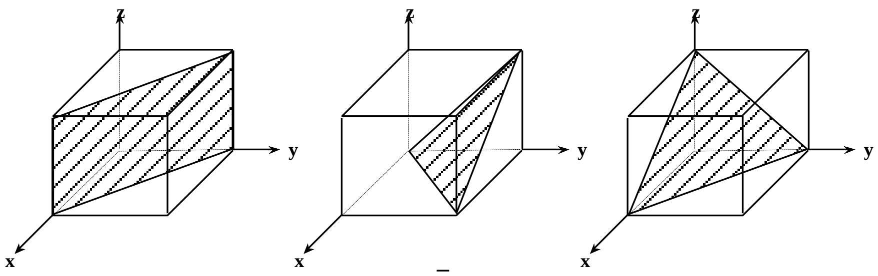
الشكل 2- 32 رسم للمستوى (243).

مثال 2-6

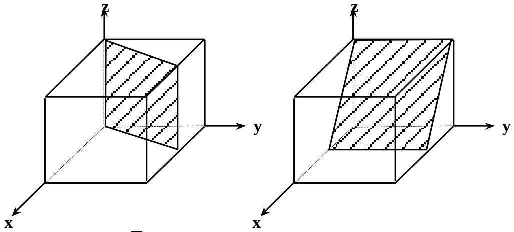
أرسم المستويات (110)، $(1\bar{1}1)$، (111)، $(2\bar{1}0)$، و (201) في خلية المكعب البسيط.

الحل

تكون المستويات المطلوبة كما هي مبينة في الشكل 2-33.



الشكل 2-33 رسم للمستويات المطلوبة في المثال 2-6.



تابع الشكل 2−33 رسم للمستويات المطلوبة في المثال 2−6.

مثال 2−7

وضعت بلورة احد الخامات من فصيلة المكعبى في مطياف الأشعة السينية فكانت فواصل (المسافات الفاصلة بين) أوجه البلورة c, b, a مقاسه بالانجستروم على النحو المبين بالجدول 2−3. أوجد أدلة ميلر لهذه الأوجه.

الجدول 2−3

c	b	a	الأوجه
0.251	1.0	0.287	1
∞	1.0	-0.287	2
0.125	3.0	∞	3
∞	∞	0.287	4
0.125	2.0	0.899	5
0.125	∞	0.574	6

الحل

نظرا لأن فواصل أوجه البلورة تكون مضاعفات أو قواسم للمستوى العشوائي (111) فإنه تكون الفواصل a, b, c للبلورة هي 0.287 و 1.0 و 0.251 على نحو الترتيب ويمكن، كالعادة، كتابة الفواصل a, b, c المسجلة في الجدول السابق على النحو التالي في الجدول 2−4.

الجدول 2−4

c	b	a	الأوجه
1	1	1	1
∞	1	-1	2
½	3.0	∞	3
∞	∞	1	4
½	2.0	3	5
½	∞	2	6

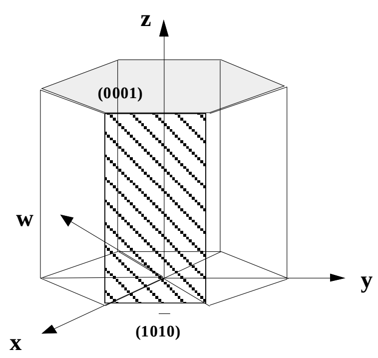
وتكون مقلوبات هذه الأرقام والتي تمثل أدلة ميلر على النحو التالي:

أدلة ميلر	c	b	a	الأوجه
(111)	1	1	1	1
$(\bar{1}10)$	0	1	-1	2
(016)	2	1/3	0	3
(100)	0	0	1	4
(2312)	2	$1/2$	1/3	5
(104)	2	0	$1/2$	6

2–8–2 أدلة ميلر في فصيلة السداسي

لفصيلة السداسي أربعة محاور بلورية: ثلاث منها في مستوى واحد (مستوى السطح العلوي أو مستوى القاعدة) والمحور الرابع عمودي على هذا المستوى. وبالتالي يرسم الشكل السداسي في الفراغ بدلالة محاور أربعة هي x و y و w و z وتكتب أدلة ميلر على الصورة $(hkil)$. الأدلة h و k و i و l تمثل المحاور x و y و w و z على وجه الترتيب. وحيث انه يمكن إثبات العلاقة $h+k+i=0$، وأن السطح العلوي للشكل السداسي يقطع المحاور x, y, w في ما لانهاية ويقطع محور z بمقدار وحدة الخلية، فإن أدلة ميلر لهذا السطح تكون (0001). وعلى سبيل المثال، تكون أدلة ميلر لهذا السطح السفلى (القاعدة) هي $(000\bar{1})$، كما هو مبين بالشكل 2–34.

الوجه الجانبي المظلل في الشكل يقطع المحاور x, y, w, z في $1, \infty, -1, \infty$ على وجه الترتيب، ولهذا فإن أدلة ميلر لهذا الوجه تكون $(10\bar{1}0)$.



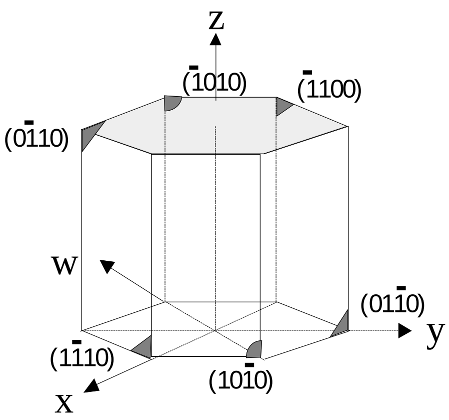
الشكل 2–34 أدلة ميلر لفصيلة السداسي.

مثال 2–8

عين أدلة ميلر للأوجه الستة الرأسية للشكل السداسي.

الحل

بإتباع نفس الطريقة السابقة تكون أدلة ميلر للأوجه الرأسية في الشكل السداسي كما هي مبينة في الشكل 2–35.



الشكل 2–35

مثال 2–9

أثبت أنه عند استخدام أدلة ميلر لفصيلة السداسي (hkil) يكون $h+k+i=0$.

الحل

بالرجوع إلى الشكل 2–36 يتضح أن، مساحة المثلث OAC + مساحة المثلث OBC = مساحة المثلث OAB (باستخدام حساب المتجهات، حيث أن مساحة المثلث المتكون من متجهين $\vec{A}\,\&\,\vec{B}$ بينها زاوية θ تساوى $\frac{1}{2}\left|\vec{A}\wedge\vec{B}\right| = \frac{1}{2}\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\,\mathrm{Sin}\,\theta$) فإننا نحصل على،

$$\therefore \frac{1}{2}\left(-\frac{a}{i}\right)\left(\frac{a}{h}\right).\mathrm{Sin}\,60^{\circ} + \frac{1}{2}\left(-\frac{a}{i}\right)\left(\frac{a}{k}\right)\mathrm{Sin}\,60^{\circ} = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{k}\right)\left(\frac{a}{h}\right)\mathrm{Sin}\,120^{\circ}.$$

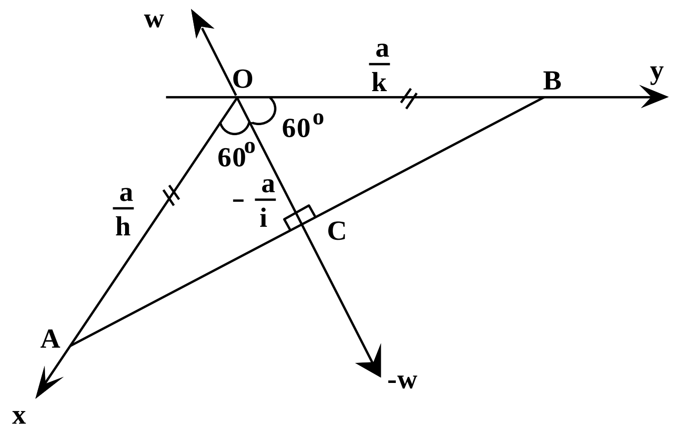
$$\therefore -\frac{1}{i}\left[\frac{1}{h}+\frac{1}{k}\right] = \frac{1}{hk}$$

بالضرب في ihk نحصل على

$$\therefore h+k+i=0$$

ويمكن الحصول على نفس النتيجة عند تصور أن طول الضلع OC يساوى $-\frac{a}{i}$ لأنه على امتداد المحور

W في الاتجاه السالب.



الشكل 2–36

ملخص الباب

☒ يعرف الانتظام المحدود للذرات بأنه الانتظام قصير المدى والذي يغيب على المدى الطويل.

☒ يعرف الانتظام الممتد للذرات بأنه الترتيب الذي يتكرر على المدى الطويل، ويتواجد هذا النوع من الانتظام في المواد المتبلورة.

☒ يقال أن المادة الصلبة متبلورة عندما تكون فيها الذرات أو الجزيئات مرتبة بالشكل الذي يجعل أماكنها تتكرر بانتظام تام في نموذج ثلاثي الأبعاد (يسمى بالشبيكة) وعلى المدى الطويل.

☒ توجد الذرات أو المجموعات الذرية في المادة المتبلورة في الفراغ عند نقاط محددة تسمى نقاط الشبيكة الفراغية التي تتميز بخصائص تماثل وتماثل معينة.

☒ يوجد نوعين من الشبيكات النقطية الفراغية هما: الشبيكات البرافية والشبيكات غير البرافية.

☒ في الشبيكات البرافية تكون كل نقاط الشبيكة متعادلة أي تكون كل الذرات المكونة للبلورة من نفس النوع ومتكافئة.

☒ أما في الشبيكة غير البرافية فتكون بعض نقاط الشبيكة غير متعادلة.

☒ متجهات الأساس في الشبيكة هي مجموعة من المتجهات يمكن بدلالتها التعبير بشكل مناسب عن مواضع كل نقاط الشبيكة باستخدام التعبير الرياضي.

☒ الشبيكة البلورية عبارة عن شبيكة برافية تتمتع بخاصيتين أساسيتين هما: الانتظام اللانهائي للعقد في الفراغ، ولها تماثل انتقالي للعقد ويمكن تعريف الشبيكة البلورية بأنها شبيكة نقطية + قاعدة.

☒ تكون خلية الوحدة، عادة، أصغر شكل هندسي يمكن بتكراره الحصول على الشبيكة البلورية.

☒ تعرف خلية الوحدة الأولية بأنها أصغر خلية وحدة يمكن بتكرارها تغطية الشبيكة البرافية وتحتوى على عقدة واحدة (نقطة واحدة).

☒ تسمى المحاور a و b و c و الزوايا ، α و β و γ بمتغيرات الشبيكة لوحدة الخلية والتي يمكن بواسطتها معرفة شكل الخلية الهندسي وحساب حجمها.

☒ تمكن برافيس من تصميم أربع عشرة شبيكة فقط تصف التراكيب البلورية للمواد مصنفة في سبع مجموعات رئيسة هي : المكعبى، الرباعي القائم، المعينى القائم، ثلاثي التماثل، أحادى الميل، ثلاثي الميل و السداسي.

☒ التماثل هو تحول الشئ لكي ينطبق على نفسه مرة أخرى.

☒ في الشبيكات البلورية توجد ثلاث عناصر تماثل خارجية هي: مركز التماثل، محور التماثل و مستوى التماثل، وتوجد عناصر تماثل داخلية مثل الدوران والانقلاب والانعكاس والمستوى المنزلق.

☒ يعرف محور التماثل بأنه محور وهمي يمر بمركز البلورة أو الخلية، بحيث إذا دارت حوله البلورة دورة كاملة فإنها تكرر نفسها مرة أو أكثر .

☒ تتحدد رتبة التماثل للمحور بعدد المرات التي تكرر فيها البلورة وضعها خلال دورة كاملة.

☒ يعرف مستوى التماثل بأنه المستوى الذي يقسم البلورة على نصفين متساويين ومتشابهين بشرط أن يكون أحد النصفين صورة المرآة للنصف الأخر.

☒ مركز التماثل هو نقطة وهمية متوسطة في البلورة تتميز بأن أي وجهين أو حرفين أو زاويتين

مجسمتين تتماثلان عبر هذه النقطة.

☒ مستوى الانعكاس في البلورة هو المستوى الذي يمكن أن يحدث عنده انعكاس للبلورة وتظل كما هي.

☒ يعرف محور الدوران بأنه المحور الذي إذا دارت حوله البلورة بزاوية ما تظل البلورة كما هي.

☒ يمكن إثبات أن رتبة التماثل n تأخذ القيم 1، 2، 3، 4 و 6 فقط.

☒ يوجد في فصيلة المكعبى ثلاث أنظمة من المستويات الذرية المهمة، حيث تتميز بأنها غنية جدا بالذرات وبالتالي يكون انعكاس الأشعة السينية (طبقا لقانون براج) على هذه المستويات أكثر كثافة لانعكاس الأشعة من غيرها من المستويات.

☒ يمكن وصف المستويات البلورية بواسطة أدلة ميلر للمستوى وهى عبارة عن مجموعة مكونة من ثلاث أرقام تصف مكان واتجاه المستوى في البلورة.

أسئلة وتمارين

1– عرف كل من : الخلية الأولية، التماثل، خلية الوحدة، الشبيكة، خلية فيجنر–زايتس و أدلة ميلر؟

2– بين كيف يمكن للبلورة المكعبة المتمركزة الجسم أن تتجزأ إلى بلورتي مكعب بسيط ثم بين أن البلورة المكعبة المتمركزة الأوجه يمكن أن تتجزأ إلى أربع بلورات فرعية مكعبة بسيطة.

3– بفرض أن متجهات الأساس لخلية أولية للشبيكة هي: $\vec{a}=\left(\frac{a}{2}\right)\left(\vec{i}+\vec{j}\right)$ و $\vec{b}=\left(\frac{a}{2}\right)\left(\vec{j}+\vec{k}\right)$ و $\vec{c}=\left(\frac{a}{2}\right)\left(\vec{k}+\vec{i}\right)$، حيث $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ هي متجهات الوحدة المعتادة على امتداد المحاور الكارتيزية، فما نوع الشبيكة البرافية؟

4– بين كيف لا تظهر الشبيكة ثنائية البعد تماثل من الرتبة الخامسة.

5– أثبت حقيقة أن عدد الشبيكات البرافية ثنائية البعد هو خمسة فقط: المائلة، المربعة، السداسية،

المعينى البسيط و المعينى المتمركز الجسم.

6- أثبت حقيقة أن الجسم الذي له مستوين تماثل انعكاسي يتقاطعان عند $\frac{\pi}{4}$، يظهر أيضا محور تماثل من الرتبة الرابعة يقع حيث يتقاطع المستويين.

7- أثبت أن النسب بين المسافات الفاصلة بين مجموعات المستويات المهمة في حالة المكعب المتمركز الجسم، BCC، هي على النحو $\frac{1}{d_1}:\frac{1}{d_2}:\frac{1}{d_3}=1:\frac{1}{\sqrt{2}}:\sqrt{3}$.

8- ما هي الشبيكة البرافية وما هي أدلة ميلر؟ بين أن المستوى (001) يكون عموديا على المستوى (110) في بلورة المكعبى البسيط.

9- عين أدلة ميلر للمستويات المبينة بالشكل 2-37. (الحل: أ- (210)، ب- (110)، ج- $(1\bar{1}0)$، د- (201)، هـ- (111).).

10- أثبت أن النسب بين المسافات الفاصلة بين مجموعات المستويات المهمة في حالة المكعب المتمركز الأوجه، FCC، هي على النحو $\frac{1}{d_1}:\frac{1}{d_2}:\frac{1}{d_3}=1:\sqrt{2}:\frac{\sqrt{3}}{2}$.

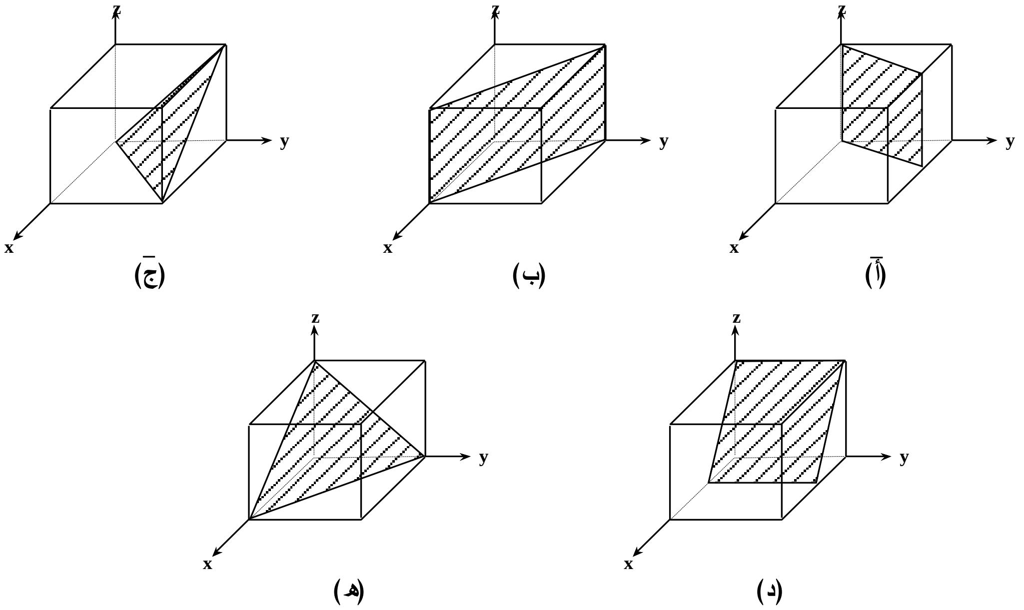
11- ارسم خلية الوحدة لتركيب مكعبي بسيط وبين المستويات (111) الأربعة فيها.

12- عين أدلة ميلر لمجموعات المستويات المتوازية المبينة بالشكل 2-38. (الحل: أ- $(\bar{1}10)$، ب- (100)، ج- (112)).

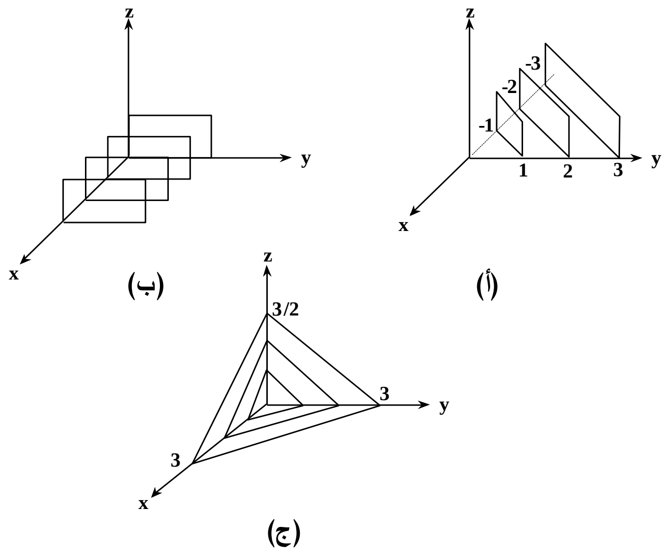
13- حدد نوع الفصيلة التي تنتمي لها الخلية التي لها:

أ- $a=10.8\mathring{A}$ و $b=9.47\mathring{A}$ و $c=5.20\mathring{A}$ و $\alpha=41^\circ$ و $\beta=83^\circ$ و $\gamma=93^\circ$.

ب- $a=b=10.73\mathring{A}$ و $c=14.3\mathring{A}$ و $\alpha=\beta=90^\circ$ و $\gamma=120^\circ$.



الشكل 2–37



الشكل 38

14– أثبت أن حجم الخلية الأولية تساوى ربع حجم خلية الوحدة للمكعبى المتمركز الأوجه وتساوى نصف خلية الوحدة للمكعبى المتمركز الجسم.

15– أرسم المستوى (111) لبلورة النحاس المتمركزة الأوجه ثم احسب المسافة الفاصلة بين المستويات المتوازية مع هذا المستوى. (الجواب $d_{111} = 1.66\,\mathring{A}$).

16– ارسم المستويات (110) و (111) في بلورة المكعب البسيط.

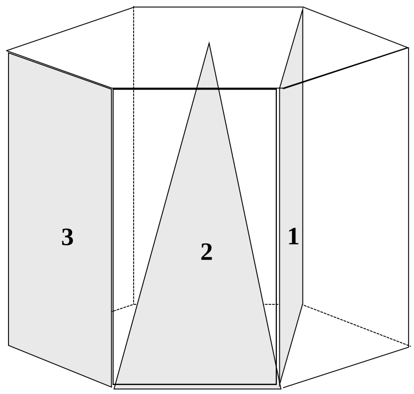
17- عرف الخلية الأولية في بعدين؟ أرسم خلية الوحدة لتركيب مكعبي بسيط وبين المستويات (111) الأربعة فيها وما عدد الذرات التي تنتمي لخلية الوحدة هذه.

18- عرف مصطلح "نصف القطر الذرى" وبين كيف يمكن تعيينه بمعرفة أبعاد (متغيرات) شبيكة مكعبة.

19- عين نصف قطر أكبر ذرة يمكن أن توضع في فراغات بلورة الحديد المتمركزة الجسم من دون رسم،

(أستعن بما يلزم من الخصائص الآتية للحديد، $a = 2.86\,\mathring{A}$ و الكتلة الذرية تساوى 55.84 جم/جزئ والكثافة 7.9 جم/سم^3). (الجواب 0.3 أنجستروم).

20- عين أدلة ميلر للمستويات المظللة بالشكل 2-39. (الإجابة 1-$(12\bar{1}0)$، 2-$(10\bar{1}0)$، 3-$(1\bar{1}10)$)



الشكل 2-39