الميكانيك

الأستاذ: دلال عبد القادر

abdelkader.dellal@g.ens-kouba.dz

الفهـــــــــرس

الفصل الأول

نيوتن

1 بعض النتائج لقوانين نيوتن

1.1 انحفاظ كمية الحركة

بإدخال كمية الحركة $\vec{p} = m\vec{v}$ يمكننا ان نكتب

$$\sum_i \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

نقول عن جملة أنها معزولة إذا لم تخضع لأي قوة خارجية. و نقول عن جملة أنها شبه معزولة إذا كان مجموع القوى الخارجيةالتي تخضع لها في نفس النقطة معدومة. هاتان الحالتان متكافئتان تماما من وجهة نظر علم التحريك، أي ان الحركة الناتجة في كلتا الحالتين هي نفسها .

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \tag{1.1}$$

اذن كمية الحركة الكلية محفوظة.

مثال 1.1. حساب الكتلة العطالية: يتم حساب الكتلة العطالية بجعل جسمان يتصادمان , نعين جسم كمرجع بحيث يكون وحدة قياس للكتلة العطالية و نقوم بمقارنته ببقي الكتل العطالية للأجسام الأخرى.

2.1 نظرية الطاقة الحركية

نضرب سلميا العلاقة الاساسية للتحريك في السرعة $\vec{v}$ نحصل على:

$$m\vec{v} \cdot \vec{a} = \vec{v} \cdot \vec{F} \tag{2.1}$$

بحيث تمثل $\vec{F}$ مجموع القوى التي تطبق على الجملة، نبين بسهولة ان:

$$\vec{v}\cdot\vec{a}=\frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\vec{v}.\vec{v})=\frac{1}{2}\frac{dv^2}{dt} \tag{3.1}$$

و منه

$$\frac{1}{2}m\frac{dv^2}{dt}=\vec{v}\cdot\vec{F} \tag{4.1}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن بين اللحظتين t_A و t_B، حيث تكون فيهما السرعة على التوالي v_A و v_B ،لدينا

$$\left(\frac{1}{2}mv_A^2-\frac{1}{2}mv_B^2\right)=\int_A^B\vec{v}\cdot\vec{F}dt=\int_A^B\vec{F}dl \tag{5.1}$$

تسمى الكمية المتواجدة في الطرف الايمن من المساواة بالعمل المبذول من طرف القوة $\vec{F}$, نرمز له غالبا ب $W_{A\to B}$. اما الكمية المتواجدة في الطرف الايسر فتمثل التغير في الطاقة الحركية E_c المعرفة ب:

$$E_c=\frac{1}{2}mv^2 \tag{6.1}$$

تكتب العلاقة السابقة كما يلي:

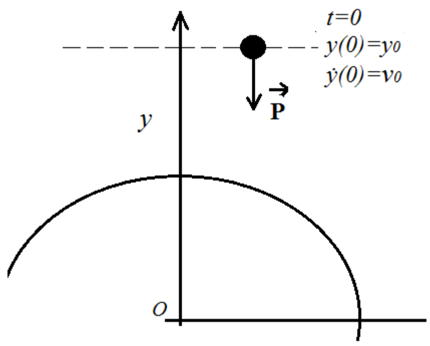
$$\Delta E_c=E_c^A-E_c^B=W_{A\to B} \tag{7.1}$$

إنها نظرية الطاقة الحركية التي تنص على: "التغيير في الطاقة الحركية لجملة يساوي مجموع اعمال القوى المطبقة عليها."

بمعنى اخر، هذه هي النظرية التي تربط التعريف المجرد(غير تطبيقي) للعمل(تكامل القوة على المسار المتبع) و مفهوم الطاقة. تشير هذه النظرية الى ان الطاقة الحركية المكتسبة او المفقودة يتم تبادلها على شكل عمل.

مثال 1.2. دراسة تحرر صاروخ من الجاذبية:

ينطلق صاروخ كتلته m نحو الأعلى على منصة عمودية سنقوم بدراسة ومناقشة ماهية السرعة العمودية التي يجب أن يصلها الصاروخ لكي يتحرر من الجاذبية ولا يعود إلى الأرض و حينها يتم فصل المحرك الدافع عن الصاروخ ؟ (الدراسة في المعلم المركزي الأرضي و بداية الزمن عند فصل المحرك)



3.1 الطاقة الكامنة-الطاقة الميكانيكية

تكتب القوى في حالات عديدة على الشكل:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}\Phi$$

و نقول أن القوى محافظة. على سبيل المثال قوة الجاذبية والقوة الكهروستاتية أما قوى الاحتكاك فهي لا تكتب على هذا الشكل . نستطيع أن نتين في هذه الحالة أن العمل يتخذ شكلا بسيطا.

$$\vec{F} \cdot d\vec{l} = -\vec{\nabla}\Phi \cdot d\vec{l} = -d\Phi$$

إذن :

$$W_{A\to B} = \Phi_A - \Phi_B$$

$$\Delta E_c = W_{A\to B} = \Delta\Phi \qquad (8.1)$$

تسمى الكمية Φ بالطاقة الكامنة و يرمز اها ب E_p. لدينا

$$\Delta(E_c + E_p) = 0 \qquad (9.1)$$

تسمى الكمية $E_m = E_c + E_p$ بالطاقة الميكانيكية. و هي محفوظة اثناء الحركة .

4.1 عزم القوة، العزم الحركي

في تعريف الجمل شبه معزولة التي تطرقنا لها من قبل، حددنا ان القوى تطبق على نفس النقطة, اذا لم نكن كذلك يمكن للجملة ان تكون في حالة دوران حول نفسها. يتم دراسة هذه الحالة من خلال ادخال مفهوم ثنائية القوى. من اجل هذا، نضرب شعاعيا العلاقة الاساسية للتحريك في شعاع الموضع $\vec{r}$.

$$\vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r} \times F \tag{1.10}$$

الا انه نستطيع كتابة الحد الاول بادخال العزم الحركي

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \tag{1.11}$$

و نلاحظ ان:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{1.12}$$

الحد الاول من الطرف الايمن معدوم لان $\vec{v}$ و $\vec{p}$ مرتبطين خطيا، و اخيرا

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times F \tag{1.13}$$

الحد الثاني يسمى عزم القوى، نرمز له ب $\vec{\mathcal{L}}$.

تعميم:

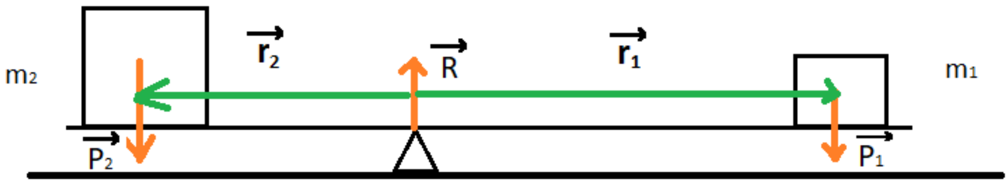
لنفرض ان جملة الحركات الميكانيكية يمكن تمثيلها بواسطة مجموعة من القوى $\vec{F}_i$ بحيث $i = 1, \cdots, n$.
العزم الناتج من اجل هذه الجملة :

$$\vec{\mathcal{L}} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\mathcal{L}}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

ملاحظة 1.1. تكون الجملة في حالة توازن اذا كانت عزم القوى المطبقة يساوي الصفر.
أي:

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \text{و} \quad \sum_i \vec{\mathcal{L}}_i = \vec{0}$$

مثال 3.1. استقرار و توازن جملة :


m2
m1
r2
R
r1
P2
P1