

الباب الثالث
خصائص البلورات

Crystals Properties



الباب الثالث

خصائص البلورات

Crystals Properties

المحتوى

- 1-3 الاتجاهات البلورية.
- 2-3 المسافة الفاصلة بين المستويات المتوازية.
- 3-3 العلاقة بين المسافة الفاصلة بين المستويات المتوازية وثابت الشبيكة المكعبة.
- 4-3 النطاق ومحور النطاق
- 5-3 الزوايا بين النطاقات.
- 6-3 التركيب الذرى للبلورات.
- 7-3 العبوة المتراسة المكعبة والسداسية.
- 8-3 خصائص التركيب المكعبى المتمركز الأوجه والمتمركز الجسم.
- 9-3 التركيب البلوري لبعض البلورات البسيطة.
- 10-3 تعيين طاقة ترابط البلورة الأيونية.

الأهداف

بعد استكمال دراسة هذا الباب يكون الدارس قادراً على:-

- وصف الاتجاهات البلورية بواسطة أدلة ميلر.
- تعيين المسافة بين المستويات المتوازية بدلالة أبعاد الخلية.
- تعريف النطاق ومحور النطاق وحساب الزوايا بين النطاقات.
- حساب عدد الذرات في البلورة وتعيين نصف القطر الذرى.
- فهم معنى عدد التناسق للذرة وكيفية حسابه.
- معرفة خصائص التركيب المكعبى المتمركز الأوجه والمتمركز الجسم.
- شرح التركيب البلوري للعبوة المتراسة المكعبة والسداسية.
- شرح التركيب البلوري لبعض البلورات البسيطة وحساب كثافة الرص لها.
- استنتاج الصيغة الرياضية لطاقة الترابط فى البلورة الأيونية.

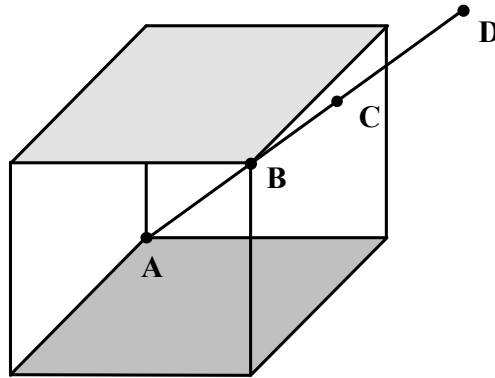
1-3 الاتجاهات البلورية CRYSTAL DIRECTIONS

نظرا لعدم تجانس الخواص الفيزيائية للبلورات في الاتجاهات البلورية المختلفة، فإنه من الواجب إيجاد طريقة لتعيين الاتجاهات في البلورة وتحديد مسميات لها. في الباب السابق، تم وصف المستويات البلورية بأدلة ميلر، وفي هذا الفصل سنعين أدلة ميلر للاتجاهات في البلورة.

يمكن تحديد الاتجاه في البلورة كما يلي. افترض أن خط مستقيم يمر عبر نقط الشبكة A و B و C، كما هو مبين بالشكل 1-3. لتحديد هذه النقط، نختار نقطة من نقط الشبكة ونعتبرها نقطة الأصل ولتكن النقطة A. ثم نختار متجه الشبكة الذي يصل النقطة A بأي نقطة على الخط ولتكن النقطة B، وهكذا. يمكن التعبير عن هذا المتجه بواسطة متجهات الأساس على الصورة،

$$\vec{R} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} + n_3 \vec{c} \quad 1-3$$

يتحدد الاتجاه، الآن، بمجموعة من الأعداد هي $[n_1, n_2, n_3]$. يجب حذف العامل المشترك بين هذه الأعداد إن وجد، بمعنى يجب أن تكون هذه المجموعة هي أصغر الأعداد التي لها نفس النسبة. وهكذا، يكون الاتجاه المبين في الشكل 1-3 ويرمز له بدلالة أدلة ميلر على النحو $[111]$.



الشكل 1-3 المتجه البلوري.

يلاحظ أن أدلة الاتجاه لاتجاه معين هي نفسها أدلة ميلر للمستوى العمودي على

هذا الاتجاه، فمثلا الأدلة [321] هي أدلة الاتجاه العمودي على المستوى (321).

عندما يتوفر لخلية الوحدة بعض التماثل الدوراني، فربما يوجد العديد من

الاتجاهات غير المتوازية والتي تكون متكافئة من وجهه نظر التماثل، وبالتالي نجد أن

الاتجاهات [100] و [010] و [001] في البلورة المكعبة متكافئة. يشار إلى جميع الاتجاهات

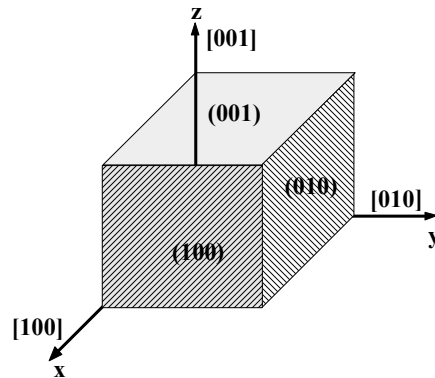
المتكافئة مع الاتجاه $[n_1n_2n_3]$ بالرمز $\langle n_1n_2n_3 \rangle$ ذي الأقواس الزاوية وهكذا، فإن

الرمز $\langle 100 \rangle$ في نظام المكعب يشير إلى الاتجاهات الستة التالية، [100]، [010]،

[001]، $[0\bar{1}0]$ ، $[\bar{1}00]$ ، $[00\bar{1}]$. تدل الإشارة السالبة فوق العدد إلى القيمة السالبة للعدد،

وبالمثل فإن الرمز $\langle 111 \rangle$ يشير إلى أقطار المكعب، الذي لا يكافئ الاتجاه $\langle 100 \rangle$ بالطبع.

يبين الشكل 2-3 أدلة ميلر لثلاثة أوجه في المكعب وأدلة ميلر للاتجاهات العمودية عليها.



الشكل 2-3 الاتجاهات الأساسية في المكعب.

مثال 1-3

أرسم المستوى (110) والمتجه [110] في المكعب البسيط.

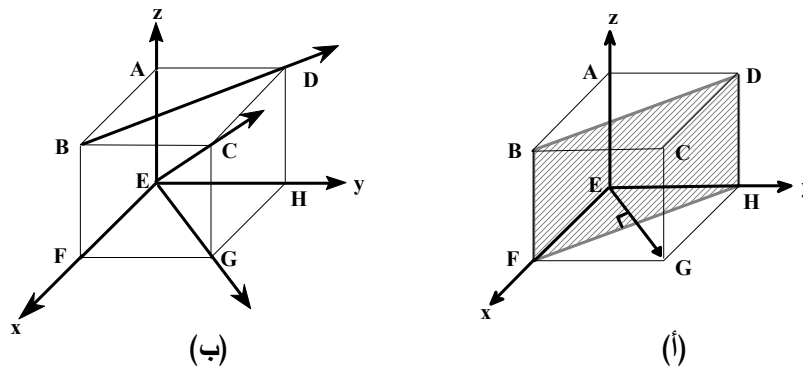
الحل

من الشكل 3-3 (أ) يكون المستوى BFHD هو المستوى (110) حيث تكون

تقاطعات هذا المستوى مع المحاور هي $\frac{1}{1}, \frac{1}{1}, 0$ أي $1, 1, \infty$. المتجه \vec{EG} هو المتجه

العمودي على المستوى السابق وله الأدلة [110] ويكون مسقطه على محور x يساوى 1

وعلى المحور y هو 1 ومسقطه على محور z هو 0.



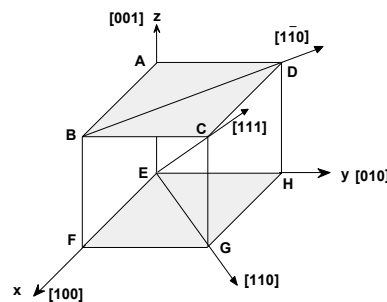
الشكل 3-3

مثال 2-3

عين أدلة ميلر للمتجهات المحددة في الشكل 3-3 (ب).

الحل

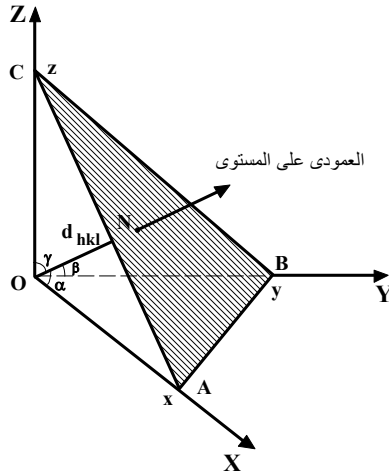
تكون أدلة ميلر للمتجهات المبينة بالشكل 3-3 (ب) كما هو مبين بالشكل 4-3.



الشكل 4-3

2-3 المسافة الفاصلة بين المستويات المتوازية

في تشتت الأشعة السينية بواسطة البلورة يحتاج المرء لمعرفة المسافة الفاصلة بين المستويات المتوازية (التي يكون لها نفس أدلة ميلر، (hkl)). دعنا نرمز لهذه المسافة بين المستوى (hkl) و نقطة الأصل بالرمز d_{hkl} . تعتمد المعادلة الحقيقية التي تعبر عن هذه المسافة على التركيب البلوري، حيث سنعتبر فيما يلي فقط الحالة التي تكون فيها المحاور متعامدة، بهدف التبسيط (وسوف ندرس حالة المكعب بالتفصيل في فصل لاحق). يمكننا حساب تلك المسافة وذلك بالرجوع إلى الشكل 3-5.



الشكل 3-5 إيجاد المسافة بين المستويات.

ينتمي المستوى المظلل إلى مجموعة المستويات $\langle hkl \rangle$. نتخيل مستوى آخر موازى للمستوى المظلل ويمر بنقطة الأصل. وهكذا فإن طول العمود ON المرسوم من نقطة الأصل على هذا المستوى يمثل المسافة d_{hkl} التي تفصل بين هذه المجموعة من المستويات المتوازية. نفترض أن هذا العمودي يصنع زوايا α و β و γ مع المحاور X و Y و Z وأن المستوى يقطع هذه المحاور في النقاط x و y و z، على وجه الترتيب.

يتضح من الشكل 3-5 أن:

$$d_{hkl} = x \cos \alpha = y \cos \beta = z \cos \gamma. \quad 2-3$$

وحيث أنه طبقا لقانون جيب تمام الزاوية يكون

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1. \quad 3-3$$

من المعادلتين السابقتين 2-3 و 3-3 وبعد التعويض عن جيوب التمام للزوايا نحصل على

تعبير للمسافة d_{hkl} التي تفصل بين المستويات المتوازية $\langle hkl \rangle$ على الصورة الآتية،

$$\therefore d_{hkl} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}}} \quad 4-3$$

وحيث أن المسافات المقطوعة x و y و z ترتبط بأدلة ميلر h و k و l بالعلاقة،

$$h = n \frac{a}{x}, \quad k = n \frac{b}{y}, \quad l = n \frac{c}{z} \quad 5-3$$

حيث n هو عامل مشترك يستخدم لاختزال الأدلة إلى أصغر أعداد ممكنة و a و b و c هي

أبعاد الخلية. بالتعويض بهذه المعادلة في المعادلة 4-3 وبحذف x و y و z نحصل على

العلاقة،

$$\therefore d_{hkl} = \frac{n}{\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}}}. \quad 6-3$$

ومن هذه المعادلة يمكن حساب المسافة بين المستويات بمعرفة أدلة ميلر وفواصل البلورة

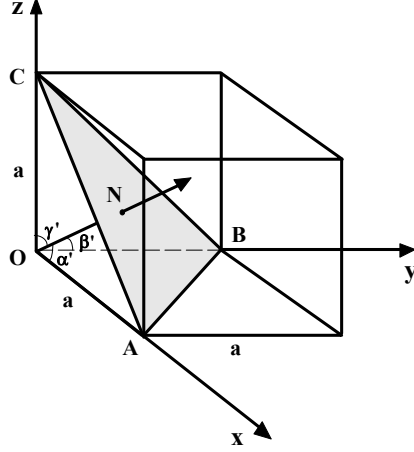
(أبعادها).

3-3 العلاقة بين المسافة الفاصلة بين المستويات المتوازية وثابت الشبكة المكعبة

لتعيين العلاقة بين المسافة الفاصلة بين المستويات المتوازية (d) وثابت الشبكة

للمكعب (a) نفرض أن المستوى المظلل في الشكل 6-3 ينتمي إلى مجموعة المستويات

$$\cdot \langle hkl \rangle$$



الشكل 6-3

يمثل العمود ON المرسوم من نقطة الأصل على هذا المستوى المسافة d التي

تفصل بين هذه المجموعة من المستويات المتوازية. نفترض أن هذا العمودي يصنع زوايا

α' و β' و γ' مع المحاور x و y و z على وجه الترتيب. وحيث أن مسافات تقاطع هذا

المستوى مع المحاور هي $OA = \frac{a}{h}$ و $OB = \frac{a}{k}$ و $OC = \frac{a}{l}$ وحيث أن $ON = d$ ، إذن يتضح

من الشكل 6-3 أن:

$$\begin{aligned} \cos \alpha' &= \frac{d}{OA} = \frac{dh}{a} \\ \cos \beta' &= \frac{d}{OB} = \frac{dk}{a} \\ \cos \gamma' &= \frac{d}{OC} = \frac{dl}{a} \end{aligned}$$

وحيث أنه طبقا لقانون جيب تمام الزاوية يكون

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha' + \cos^2 \beta' + \cos^2 \gamma' &= 1 \\ \therefore \left(\frac{dh}{a}\right)^2 + \left(\frac{dk}{a}\right)^2 + \left(\frac{dl}{a}\right)^2 &= 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{d^2}{a^2}(h^2 + k^2 + l^2) = 1$$

أو

$$\therefore d^2 = \frac{a^2}{h^2 + k^2 + l^2}$$

$$\therefore d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

7-3

وهكذا، نجد أن المسافة بين المستويات (111) في بلورة المكعب البسيط هي

$$d = \frac{a}{\sqrt{3}}, \text{ حيث } a \text{ هو طول ضلع المكعب.}$$

مثال 3-3

إذا كان التركيب البلوري للرصاص هو FCC ونصف القطر الذري للرصاص هو

1.746 وحدة ذرية (au). أوجد المسافة بين مجموعة المستويات $\langle 200 \rangle$.

الحل

كما سنبين لاحقاً، أن العلاقة بين نصف قطر الذرة وطول ضلع المكعب المتمركز

الأوجه، FCC، $a = \frac{4r}{\sqrt{2}}$ فإنه في حالة بلورة الرصاص نحصل على،

$$a = \frac{4r}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times 1.746}{\sqrt{2}} = 4.93 \text{ au} .$$

وحيث أن لمجموعات المستويات $\langle 200 \rangle$ يكون لها قيم المعاملات $h = 2$ و $k = 0$ و $l = 0$ ،

فإن المسافة بين هذه المستويات تكون،

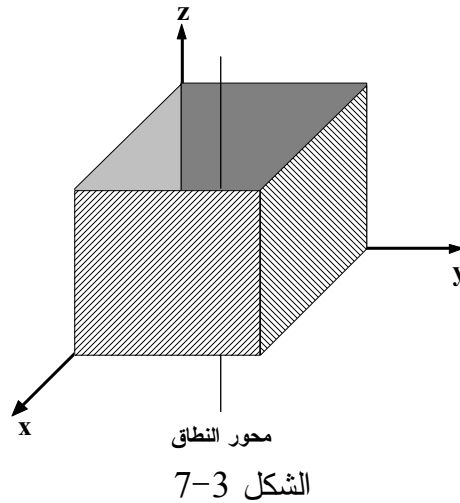
$$\therefore d_{200} = \frac{4.93 \text{ au}}{\sqrt{2^2 + 0^2 + 0^2}} = 2.456 \text{ au} .$$

ZONE AND ZONE AXIS

4-3 النطاق ومحور النطاق

تقع بعض أوجه البلورة غالبا في مجموعة ويقال أن هذه المجموعة من الأوجه موجودة في نطاق واحد والاتجاه الموازي لهذه المجموعة يسمى محور النطاق ويمر بمركز البلورة. فمثلا، المستويات الرأسية الأربعة في المكعب (جوانب المكعب) تقع في نطاق واحد (رأسي)، كما هو مبين بالشكل 3-7. وعندما يتلاقى مستويان يقعان في نطاق واحد ويكونان غير متوازيين فإن اتجاه تقاطعهما يكون موازيا لمحور النطاق $[uvw]$ ومن ثم يمكن تعيين اتجاه محور النطاق باستخدام قانون فايس (Weiss) الآتي ذكره.

تعرف العلاقة بين أدلة ميلر (uvw) للمستوى وأدلة اتجاه محور النطاق $[uvw]$ بقانون فايس. ينص قانون فايس على أنه إذا كان $[uvw]$ هو اتجاه محور النطاق وكانت (hkl) هي أدلة ميلر لمستوى في النطاق فإن $hu + kv + lw = 0$. يمكن استخدام هذا القانون لإيجاد أدلة الاتجاه لمتجه يقع في مستويين، كما يتبين في المثال التالي.



مثال 3-4

بفرض أن المتجه $[uvw]$ يقع في كل من المستوى $(h_1k_1l_1)$ والمستوى $(h_2k_2l_2)$

والمطلوب إيجاد أدلة هذا المتجه بدلالة أدلة ميلر للمستويين.

الحل

طبقا لقانون فايس وحيث أن المتجه $[uvw]$ يقع في المستوى $(h_1k_1l_1)$ فإن،

$$h_1u + k_1v + l_1w = 0 \quad 8-3$$

وبالمثل، بما أن المتجه $[uvw]$ يقع في المستوى $(h_2k_2l_2)$ نحصل على

$$h_2u + k_2v + l_2w = 0 \quad 9-3$$

بحل المعادلتين السابقتين يمكن الحصول على أدلة الاتجاه $[uvw]$.

من الواضح انه لا يمكن حل المعادلتين السابقتين بالطرق المعتادة نظرا لوجود

معادلتين فقط وثلاثة مجاهيل ورغم ذلك يمكن تعيين الحل بطريقة مبسطة وذلك بكتابة

أدلة ميلر للمستوى الأول مرتين في صف واحد وأدلة ميلر للمستوى الثاني مرتين في

صف ثاني وبإجراء عملية الضرب تبعا للأسهم الموضحة في المعادلة التالية ويمكن

إيجاد $[uvw]$.

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} h_1 | k_1 \\ h_2 | k_2 \end{array} \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{c} l_1 \\ l_2 \end{array} & \begin{array}{c} h_1 | k_1 \\ h_2 | k_2 \end{array} \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{c} l_1 \\ l_2 \end{array} & \begin{array}{c} h_1 | k_1 \\ h_2 | k_2 \end{array} \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{c} l_1 \\ l_2 \end{array} \\ \hline (k_1l_2 - k_2l_1) & (h_2l_1 - h_1l_2) & (h_1k_2 - h_2k_1) \\ u & v & w \end{array}$$

10-3

لاحظ أن قيمة أدلة الاتجاه لا تعتمد على أي من المستويين كتب أولا فإن ذلك لا

يغير سوى إشارة أدلة الاتجاه من $[uvw]$ لتصبح $[\bar{u}\bar{v}\bar{w}]$ وهي نفسها أدلة تحقق (تصف)

الاتجاه ذاته.

يمكن باستخدام قانون فايس أيضا إيجاد أدلة ميلر لمستوى بمعلومية اتجاهين

لمحوري نطاق يجمعهما ذلك المستوى، كما يتضح من المثال التالي.

مثال 3-5

إذا كان لدينا اتجاهين لمحوري نطاقين لهما أدلة ميلر $[u_1 v_1 w_1]$ و $[u_2 v_2 w_2]$ ،
أوجد أدلة ميلر للمستوى الذي يجمعهما (hkl) .

الحل

نفرض أن أدلة ميلر للمستوى المذكور هي (hkl) .

طبقاً لقانون فايس يكون

$$hu_1 + kv_1 + lw_1 = 0$$

$$hu_2 + kv_2 + lw_2 = 0$$

وبحل المعادلتين نحصل على أدلة ميلر للمستوى المذكور كما يلي:

$$\frac{\begin{array}{c|c} u_1 & v_1 \\ u_2 & v_2 \end{array} \begin{array}{c} \nearrow w_1 \\ \searrow w_2 \end{array}}{\begin{array}{c} (v_1 w_2 - v_2 w_1) \\ h \end{array}} \frac{\begin{array}{c|c} u_1 & w_1 \\ u_2 & w_2 \end{array} \begin{array}{c} \nearrow v_1 \\ \searrow v_2 \end{array}}{\begin{array}{c} (w_1 u_2 - w_2 u_1) \\ k \end{array}} \frac{\begin{array}{c|c} v_1 & w_1 \\ v_2 & w_2 \end{array} \begin{array}{c} \nearrow u_1 \\ \searrow u_2 \end{array}}{\begin{array}{c} (u_1 v_2 - u_2 v_1) \\ l \end{array}}$$

مثال 3-6

أوجد أدلة ميلر للوجه المشترك مع النطاقين $[134, 100]$ و $[010, 323]$.

الحل

نعين اتجاه محور النطاق الأول كما يلي:

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 3 & 4 & 1 & 4 \\ & \swarrow \searrow & \swarrow \searrow & \swarrow \searrow & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$$[0\ 4\ \bar{3}]$$

وبالتالي تكون أدلة ميلر لاتجاه محور النطاق الأول هي $[04\bar{3}]$.

بالمثل، نعين اتجاه محور النطاق الثاني كما يأتي:

$$\begin{array}{c|ccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & \swarrow \searrow & \swarrow \searrow & \swarrow \searrow & \\ 3 & 2 & 3 & 3 & 3 \end{array}$$

$$[3\ 0\ \bar{3}]$$

وبالتالي يكون اتجاه محور النطاق الثاني هو $[30\bar{3}]$. ثم نعين أدلة ميلر للوجه

المشترك مع النطاقين كما يلي:

$$\begin{array}{c|ccc|c} 0 & 4 & \bar{3} & 0 & \bar{3} \\ & \swarrow \searrow & \swarrow \searrow & \swarrow \searrow & \\ 3 & 0 & \bar{3} & 3 & \bar{3} \end{array}$$

$$[\bar{1}2\ \bar{9}\ \bar{1}2]$$

وعلى ذلك تكون أدلة ميلر للوجه المشترك مع النطاقين هي $[\bar{1}2\ \bar{9}\ \bar{1}2]$ وهذه الأدلة

تكافئ $[434]$.

مثال 3-7

إذا علمت أن أدلة الشكل السداسي هي $(hkil)$. أوجد أدلة الوجه المشترك بين

النطاقين $[12\bar{3}3, 20\bar{2}1]$ و $[01\bar{1}0, 32\bar{5}3]$.

بإهمال المعامل i (مؤقتاً) في السداسي يمكن إيجاد اتجاه محور النطاق الأول كما

يلى:

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ & \nearrow & \searrow & \nearrow & \searrow & \nearrow \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 3 \\ 1 \end{array}$$

$$[2\ 5\ \bar{4}]$$

وبالتالي تكون أدلة اتجاه محور النطاق الأول هي $[25\bar{4}]$.

وبنفس الطريقة يمكن إيجاد اتجاه محور النطاق الثاني كما يلي:

$$\begin{array}{c|ccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & \nearrow & \searrow & \nearrow & \searrow & \nearrow \\ 3 & 2 & 3 & 3 & 2 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ 3 \end{array}$$

$$[3\ 0\ \bar{3}]$$

وبالتالي تكون أدلة اتجاه محور النطاق الثاني هي $[30\bar{3}]$.

ثم نعين الأدلة hkl للوجه المشترك بين الاتجاهين كالآتي:

$$\begin{array}{c|ccc|c} 2 & 5 & \bar{4} & 2 & 5 & \bar{4} \\ & \nearrow & \searrow & \nearrow & \searrow & \nearrow \\ 3 & 0 & \bar{3} & 3 & 0 & \bar{3} \end{array} \quad \begin{array}{c} \bar{4} \\ \bar{3} \end{array}$$

$$[\bar{15}\ \bar{6}\ \bar{15}]$$

فتكون الأدلة hkl للوجه المشترك في حالة السداسي هي $\bar{15}\bar{6}\bar{15}$ التي هي $\bar{5}25$ أو

ولإيجاد المعامل i ، الذي أجبناه في بداية الحل، نعلم انه في حالة السداسي يكون $h+k+i=0$ وبالتالي فإن $i=-(h+k)=-5-2=-7$ ويكون $i=-7$. وعلى ذلك تكون أدلة ميلر للوجه المشترك بين النطاقيين المذكورين في هذا المثال هي $(5\bar{2}7)$.

5-3 الزوايا بين النطاقات ANGLES BETWEEN ZONES

يمكن إيجاد الزاوية θ بين الاتجاهين $[u_1v_1w_1]$ ، $[u_2v_2w_2]$ بواسطة العلاقة

الآتية،

$$\cos\theta = \frac{u_1u_2 + v_1v_2 + w_1w_2}{\sqrt{u_1^2 + v_1^2 + w_1^2} \sqrt{u_2^2 + v_2^2 + w_2^2}} \quad 11-3$$

وحيث أن أدلة الاتجاه للعمودي على المستوى الذي له الأدلة العددية (hkl) تكون

$[hkl]$ ، فإنه يمكن إيجاد الزاوية بين المستويين $(u_1v_1w_1)$ و $(u_2v_2w_2)$ بالعلاقة السابقة.

مثال 8-3

في وحدة خلية المكعبى البسيط SC، أوجد الزاوية بين العمودين على الوجهين

الذين لهما أدلة ميلر للوجهين هي (100) و (010) .

الحل

باستخدام المعادلة 11-3 نحصل على

$$\cos\theta = \frac{1 \times 0 + 0 \times 1 + 0 \times 0}{(1^2 + 0^2 + 0^2)^{\frac{1}{2}} (0^2 + 1^2 + 0^2)^{\frac{1}{2}}} = 0$$

$$\therefore \theta = \cos^{-1} 0 = 90^\circ$$

6-3 التركيب الذري للبلورات ATOMIC STRUCTURE OF CRYSTALS

تتأثر الخصائص الفيزيائية للمواد البلورية بالشكل الهندسي للبلورة وكما تتأثر أيضا بالتركيب الذري لها. يقصد بالتركيب الذري للبلورة شكل ترتيب الذرات فيها بالإضافة إلى عدد الذرات في وحدة الخلية والتي تؤثر بشكل كبير في حجم وكثافة الخلية وبالتالي معظم الخصائص البلورية.

1-6-3 عدد الذرات في وحدة الخلية

لتعيين عدد الذرات في وحدة الخلية يجب معرفة الشكل الهندسي للخلية ونصف القطر الذري لها. يعرف نصف القطر الذري على أنه نصف المسافة بين أقرب ذرتين متجاورتين في بلورة عنصر نقي مع مراعاة أن أقرب ذرتين متجاورتين يجب أن تلامس كل منهما الأخرى، كما سنبين لاحقا.

تأتي أهمية دراسة شبكات المكعبى بوجه عام والمتمركز الجسم والأوجه بوجه خاص لأن أغلب عناصر الجدول الدوري تتبلور مكونة شبكية بلورية مكعبة، ولهذا سنولى هذه الفصيلة مزيدا من الاهتمام في هذا الفصل.

أ- المكعبى البسيط SIMPLE CUBIC, SC

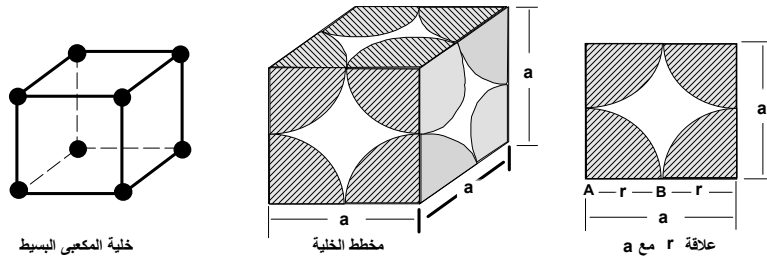
في حالة المكعبى البسيط، SC، توجد ذرة عند كل ركن من أركان الخلية الثمانية وتشارك هذه الذرة ثمانية خلايا مجاورة. يكون نصيب كل خلية من هذه الذرة هو $\frac{1}{8}$ ذرة.

وحيث أن لكل خلية 8 أركان فإن عدد الذرات في وحدة الخلية في هذه الحالة هو $1 = 8 \times \frac{1}{8}$

أي ذرة واحدة. ويمكن حساب نصف قطر الذرة في المكعبى البسيط، بالرجوع إلى الشكل

8-3 كالآتي. طبقا للتعريف، تكون المسافة AB هي نصف القطر الذرى، ومن الشكل

يتضح أن $r = \frac{a}{2}$ ، حيث a هو طول ضلع الخلية المكعبة.



الشكل 8-3 شكل الذرات في خلية المكعبى البسيط

BODY CANTERED CUBIC, BCC

ب- المكعبى المتمركز الجسم

في هذه الحالة، بالإضافة إلى الثماني ذرات الموجودة عند الأركان توجد ذرة

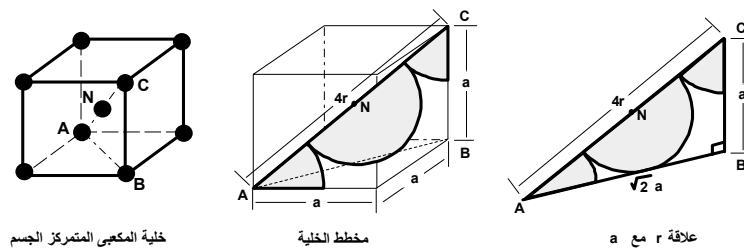
كاملة عند مركز الخلية وعلى ذلك يكون عدد الذرات في وحدة الخلية هو $2 = 1 + 8 \times \frac{1}{8}$ ،

أي ذرتين فقط. ولحساب نصف القطر الذرى في هذه الحالة نشير إلى الشكل 9-3.

يتضح من الشكل أن الذرتين C و N هما أقرب الجيران كل منهما للأخر. ومن هندسة

الشكل نجد أن $r = \frac{CN}{2}$ وحيث أن

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(\sqrt{2}a)^2 + a^2} = \sqrt{3}a$$



الشكل 9-3 شكل الذرات في خلية المكعبى المتمركز الجسم

ويكون نصف القطر الذري هو

$$r = \frac{CN}{2} = \frac{AC}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} a$$

$$a = \frac{4r}{\sqrt{3}}$$

أو

ج- المكعبى المتمركز الأوجه FACE CENTERED CUBIC, FCC

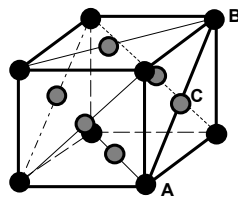
في المكعبى المتمركز الأوجه توجد ذرة واحدة في مركز كل وجه وتكون هذه الذرة مشاركة بين خليتين متجاورتين، هذا بالإضافة إلى الثماني ذرات الموجودة عند الأركان. مما سبق يتضح أن عدد الذرات في وحدة الخلية في هذه الحالة هو $4 = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2}$ أي أربع ذرات.

من الشكل 3-10 يمكن تعيين العلاقة بين نصف القطر الذري و أبعاد الخلية كما يلي: يتضح أن الذرتين A و C هما أقرب الجيران كل منهما للأخر وبالتالي يكون نصف القطر الذري هو

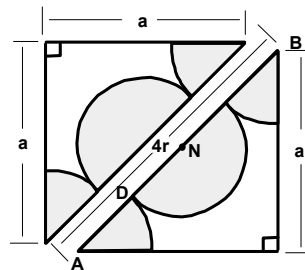
$$r = AD = \frac{AC}{2} = \frac{AB}{4}$$

$$\therefore AB = \sqrt{2} a$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{4} a \quad \& \quad a = \frac{4r}{\sqrt{2}}$$



خلية المكعبى المتمركز الوجه



علاقة r مع a

الشكل 3-10 شكل الذرات في المكعبى المتمركز الأوجه

من الشكل 3-10 يتضح أنّ القطر AB يساوي أربعة أمثال نصف القطر الذرى.

من الدراسة السابقة (في الباب السابق)، نلاحظ أن الخلايا الأولية لشبكات

المكعبى المتمركزة الأوجه والمتمركزة الجسم ليس لها تماثل (تتاظر) المكعب أو أن

تماثلها أقلّ من تماثل المكعب. وطالما أن تماثل المكعب هو نفس تماثل الشبكة المكعبة

سواء كانت متمركزة الأوجه أو الجسم فإنه عادة يتم التعامل مع خلايا الوحدة غير الأولية

لأنها مكعبة الشكل. في الجدول 3-1 نوجز بعض الخصائص المهمة للشبيكة المكعبة.

الجدول 3-1 بعض خصائص الشبيكة المكعبة

الخصائص	المكعبى البسيط	المكعبى المتمركز الجسم	المكعبى المتمركز الأوجه
حجم خلية الوحدة	a^3	a^3	a^3
حجم الخلية الأولية	a^3	$\frac{a^3}{2}$	$\frac{a^3}{4}$
عدد العقد لكل وحدة خلية	1	2	4
عدد العقد لوحدة الحجم	$\frac{1}{a^3}$	$\frac{2}{a^3}$	$\frac{4}{a^3}$
العدد التناسقى	6	8	12
عدد العقد المجاورة للجوار المباشر	12	6	6
المسافة بين أقرب عقدتين	A	$\frac{\sqrt{3} a}{2} = 0.86 a$	$\frac{a}{\sqrt{2}} = 0.7a$

مثال 3-9

إذا كان الوزن الجزئ للحديد هو ($W = 55.85$) وكثافته هي 7.86 جم/سم³ أوجد

طول ضلع الخلية إذا كان الحديد يتواجد في صورة مكعبى متمركز الجسم. (عدد

أفوجادرو $N = 6.02 \times 10^{23}$ /gm/mole).

الحل

يكون عدد ذرات الحديد لوحة الخلية هو $n = 8 \times \frac{1}{8} + 1 = 2$ ومن العلاقة

حيث ρ هو الكثافة و W هو الوزن الجزيء و n هو عدد الذرات لوحة الخلية $a^3 \rho = \frac{WA}{N}$

و a هو طول ضلع الخلية نحصل على،

$$a^3 \times 7.86 = \frac{2 \times 55.85 W}{6.02 \times 10^{23}}$$

$$a = 2.87 \times 10^{-8} \text{ cm} = 2.87 \text{ \AA}$$

مثال 3-10

أحسب طول ضلع خلية الوحدة لكل من :

(أ) شبكة الفضة المتمركز الأوجه إذا كان نصف قطر ذرة الفضة هو 1.441 أنجستروم.

(ب) شبكة النحاس المتمركز الأوجه إذا كان نصف قطر ذرة النحاس هو 1.276

أنجستروم.

الحل

(أ) في حالة الفضة يكون

$$a = \frac{4r}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times 1.441}{\sqrt{2}} = 3.078 \text{ \AA}$$

(ب) في حالة النحاس يكون

$$a = \frac{4r}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times 1.276}{\sqrt{2}} = 3.08 \text{ \AA}$$

3-6-2 الكثافة الذرية لمستويات البلورة ATOMIC DENSITY OF CRYSTAL PLANES

لدراسة الخصائص الميكانيكية (وخاصة السلوك اللدن) لبلورات المعادن، يجب معرفة كثافة الذرات الواقعة على المستويات البلورية المختلفة وذلك لتحديد إمكانية انزلاق المستويات على بعضها بعض من عدمه. تعرف الكثافة الذرية للمستوى البلوري بأنها عدد الذرات لوحدة المساحات في مستوى بلوري معين. يمكن توضيح كيفية حساب الكثافة الذرية للمستوى بواسطة الأمثلة الآتية:

مثال 3-11

في بلورة الرصاص، أحسب الكثافة الذرية للمستويات: أ- (100) ، ب- (111) و ج- (110)، إذا علمت أن الرصاص يتبلور على شكل مكعبي متمركز الأوجه وله $a = 4.93 \text{ \AA}$.

الحل

(أ) في المستوى (100) يكون توزيع الذرات كما هو مبين بالشكل 3-11 (أ). يحتوى هذا المستوى على ذرتين اثنتين $\left(2 = 1 + 4 \times \frac{1}{4}\right)$ وبالتالي تكون الكثافة الذرية لهذا المستوى ، $\rho_{(100)}$ ، بأنها تساوى عدد الذرات مقسوم على المساحة، أي

$$\rho_{(100)} = \frac{2 \text{ atoms}}{(a \text{ mm})^2} = \frac{2 \text{ atoms}}{(4.93 \times 10^{-7})^2 \text{ mm}^2} = 8.23 \times 10^{12} \text{ atoms/mm}^2$$

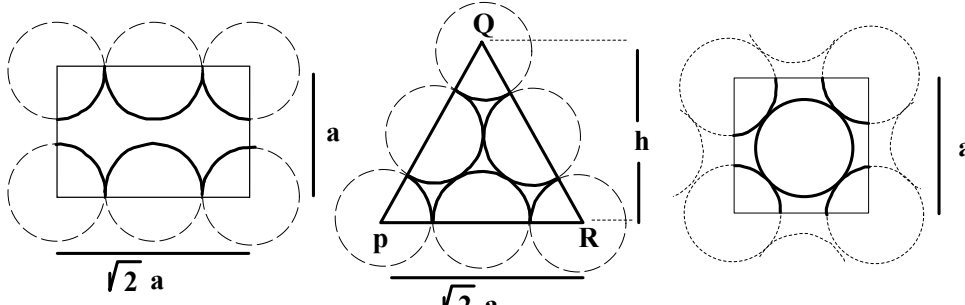
(ب) في المستوى (111) يكون توزيع الذرات كما هو مبين بالشكل 3-11 (ب). يحتوى هذا

المستوى على ذرتين اثنتين $\left(2 = 3 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{2}\right)$ لكل مثلث PRQ، ارتفاعه $h = \sqrt{2} a \cos 30^\circ$

وطول قاعدته تساوى $\sqrt{2} a$ وبالتالي تكون مساحته تساوى $\frac{1}{2} \times \sqrt{2} a \times \sqrt{2} a \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$

و تكون الكثافة الذرية لهذا المستوى تساوى

$$\rho_{(111)} = \frac{4 \text{ atoms}}{\sqrt{3} a^2} = \frac{4 \text{ atoms}}{\sqrt{3} (4.93 \times 10^{-7})^2 \text{ mm}^2} = 9.5 \times 10^{12} \text{ atoms/mm}^2$$



ج- المستوى (110)

ب- المستوى (111)

أ- المستوى (100)

الشكل 3-11 توزيع الذرات في المستويات المطلوبة.

(ج) فى المستوى (110) يكون توزيع الذرات كما هو مبين بالشكل 3-11 (ج). يحتوى هذا

المستوى على ذرتين اثنتين $\left(2 = 4 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2}\right)$ لكل وجه من أوجه خلية الوحدة وبالتالي

تكون الكثافة الذرية لهذا المستوى هي

$$\rho_{(110)} = \frac{2 \text{ atoms}}{\sqrt{2} a^2 \text{ mm}^2} = \frac{2 \text{ atoms}}{\sqrt{2} (4.93 \times 10^{-7})^2 \text{ mm}^2} .$$

$$= 5.82 \times 10^{12} \text{ atoms/mm}^2$$

3-6-3 عدد التناسق للذرة ATOMIC COORDINATION NUMBER

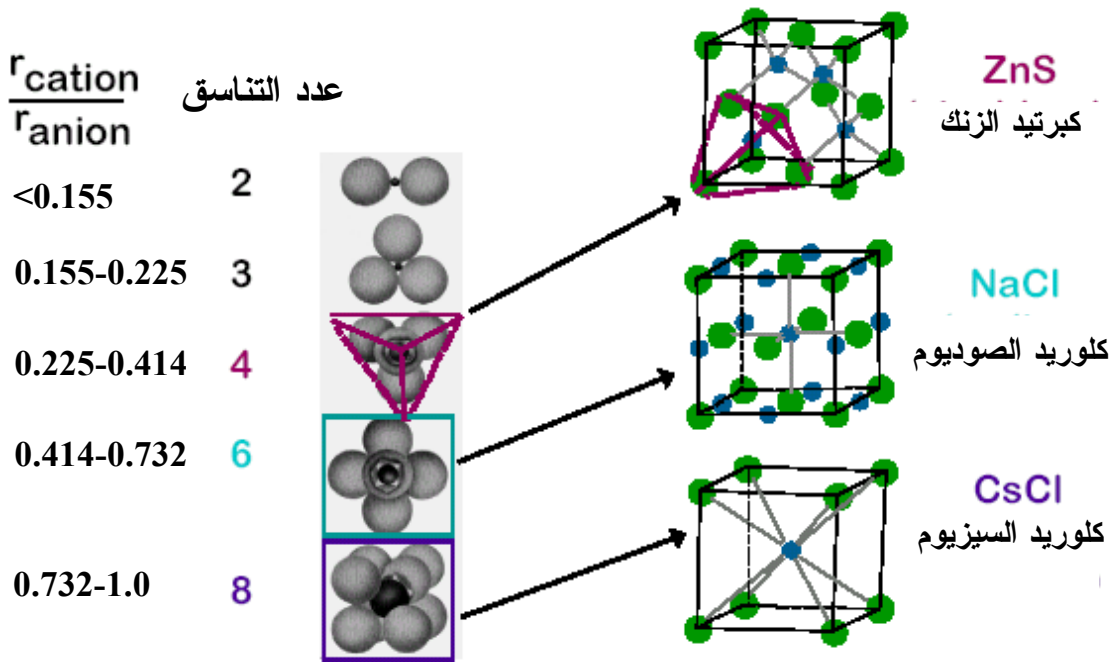
يمثل عدد التناسق لعقدة فى الشبكة (الذرة) مدى قدرة تراص الذرات فى الشبكة

البلورية ويعرف بأنه عدد أقرب العقد فى الشبكة بالنسبة لعقدة معينة، أي أنه عدد أقرب

العقد المجاورة لتلك العقدة. وحيث أن العقد فى الشبكة البرافية متماثلة من ناحية التوزيع

الفضائي مع ما يحيط بكل عقدة من بقية العقد فإن عدد التناسق يكون هو نفسه لكل عقد شبكة معينة أو يكون خاصية من خصائص تلك الشبكة. في المكعب البسيط نجد أن عدد التناسق هو ستة، كما يتبين في الشكل 3-12. كذلك، يكون عدد التناسق في المكعب المتمركز الجسم هو 8، بينما يكون 12 في المكعب المتمركز الأوجه.

نعلم أن المركبات الأيونية تتركب من ايونات مختلفة حيث يرتبط كل كاتيون مع أنيون وهكذا. يتكرر هذا الشكل من الارتباط وتتكون بلورات هذه المواد. لذلك فإن للمركبات الأيونية عدنان للتناسق، يكون العدد الأول عدد التناسق للكاتيونات ويكون الثاني عدد التناسق للأنيونات. وبشكل عام، يزداد عدد التناسق في المركبات الأيونية مع زيادة النسبة بين نصف قطر الكاتيون ونصف قطر الأنيون $(\frac{r_{cation}}{r_{anion}})$ ، بمعنى كم من الأنيونات يمكنك ترتيبها حول الكاتيون. يبين الشكل 3-12 المفهوم السابق وبعض أمثلة التركيب.



الشكل 3-12 بعض الأمثلة على العدد التناسق

مثال 3-12

بناء على نصف القطر الأيوني المسجل في الجدول التالي، ما التركيب البلوري

الذي تتوقعه لأكسيد الحديد، FeO؟

نصف القطر الأيوني للأنيونات $a_{\text{anion}}(\text{nm})$		نصف القطر الأيوني للكاتيونات $r_{\text{cation}}(\text{nm})$	
0.140	O^{2-}	0.053	Al^{3+}
0.181	Cl^-	0.077	Fe^{2+}
0.133	F^-	0.069	Fe^{3+}
--	---	0.100	Ca^{2+}

الحل

بالتعويض عن أنصاف الأقطار وتعيين النسبة نجد

$$\frac{r_{\text{cation}}}{r_{\text{anion}}} = \frac{r_{\text{Fe}}}{r_{\text{O}}} = \frac{0.077}{0.140} = 0.55$$

بناء على النسب المعطاة في الشكل 3-12 يكون العدد التناسقي = 6 ويكون

التركيب البلوري مماثل لتركيب بلورة كلوريد الصوديوم، أي مكعبي متمركز الوجه.

مثال 3-13

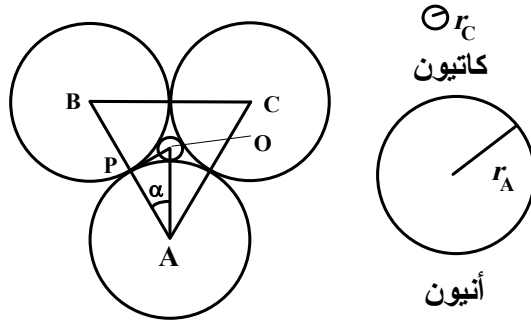
اثبت أن أقل نسبة بين نصف قطر الكاتيون ونصف قطر الأنيون للعدد التناسقي

3 هي 0.155.

الحل

بفرض أن نصف قطر الكاتيون هو r_c و نصف قطر الأنيون هو r_a كما يبين

الشكل 3-13



الشكل 3-13

$$\therefore \overline{AP} = r_A \text{ \& } \overline{AO} = r_A + r_C$$

$$\therefore \frac{\overline{AP}}{\overline{AO}} = \frac{r_A}{r_A + r_C} = \cos \alpha = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{r_C}{r_A} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 0.155$$

7-3 العبوة المتراسة المكعبة والسداسية CUBIC AND HEXAGONAL CLOSE-PACKED

لدراسة التركيب البلوري للمواد يتم استبدال الذرات أو المجموعات الذرية بنقط

فراغية أو عقد ليتكون هيكل نظري يعتبر بمثابة الشبكة البرافية. الفرق بين هذه الشبكة

النظرية والتركيب البلوري الحقيقي هو أن الذرات لا تمثل نقط منفصلة ولكنها تكون

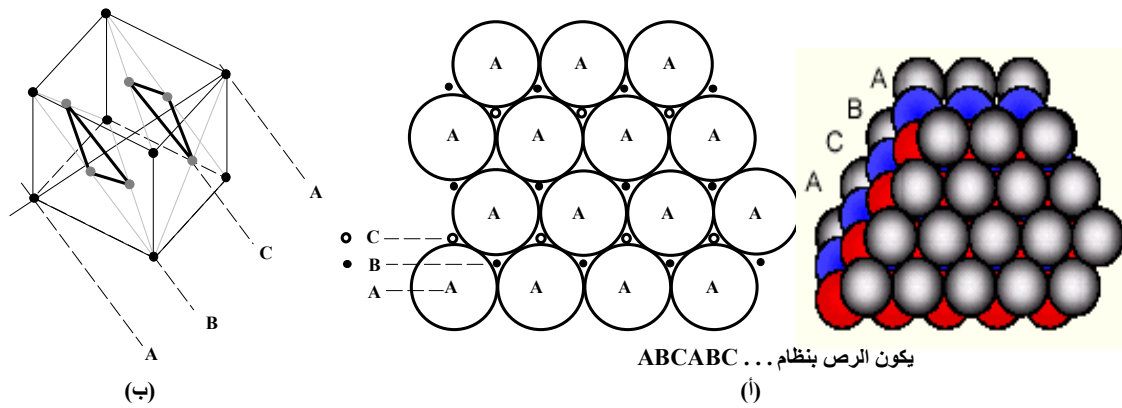
مرتبة بالشكل الذي يملأ فراغ البلورة كما إنها تكون قريبة بعضها من بعض بحيث تبدو

كأنها متلامسة. سندرس الآن نمودجا نظريا للتركيب البلوري وسنفترض أن الذرات

كرات مصمتة غير قابلة للانضغاط.

عند تعبئة كرات متشابهة (لها نصف القطر r) في وعاء كبير، فإن مراكز هذه

الكرات تكون بمثابة نقط فراغية وتكون شبيكة، ولكي يكون الرص جيدا يجب أن يكون الفراغ المتروك (الحجم الخالي) بين الكرات أقل ما يمكن، نرتب في البداية مجموعة من الكرات لتكون طبقة متراسة نسميها الطبقة A، كما بالشكل 3-14(أ)، بحيث تتماس كل كرة مع ستة كرات مجاورة. نقوم بتعبئة طبقة ثانية من الكرات (B) فوق الطبقة الأولى. لاحظ أن كل كرة من الطبقة B ستقع في الفجوات بين الكرات A وتتماس مع ثلاث كرات من الطبقة A. عند وضع الطبقة الثالثة على الطبقة الثانية هناك احتمالين لترتيب الطبقة الثالثة:



الشكل 3-14

الأول : أن تشغل كرات الطبقة C (التي تقع فوق كرات الطبقة B) موقعا يقع مباشرة فوق الفجوات (بين كرات الطبقة A). تقع كرات الطبقة الرابعة تماما فوق كرات الطبقة A، وهكذا نحصل على توزيع للكرات على الصورة (ABCABC...) الذي يكون وحدة خلية مكعبة متمركزة الأوجه. تشغل طبقات الكرات المستويات العمودية على القطر الجسمي للمكعب (الاتجاه (111))، كما هو مبين بالشكل 3-14(ب). تسمى هذه الخلية المكعبة بالعبوة المكعبة المتلاصقة الرص.

تعرف كثافة الرص (Packing Density, PD) بأنها النسبة بين الحجم المشغول

بالذرات إلى حجم الخلية. في المكعبى المتمركز الأوجه تحتوى الخلية على أربع ذرات

($4 = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2}$) ويكون نصف القطر الذرى هو $\frac{\sqrt{2}}{4} a$ ، وحيث أن حجم الذرة هو

$\frac{4}{3} \pi r^3$ فإن الحجم الفعلي للذرات الأربعة يكون $4 \times \frac{4}{3} \pi (\frac{\sqrt{2}}{4} a)^3 = 0.74 a^3$ بناء على ما

سبق، نجد أن كثافة الرص في المكعبى المتمركز الأوجه هي،

$$PD = \frac{0.74 a^3}{a^3} = 0.74 \quad \text{or} \quad 74\%$$

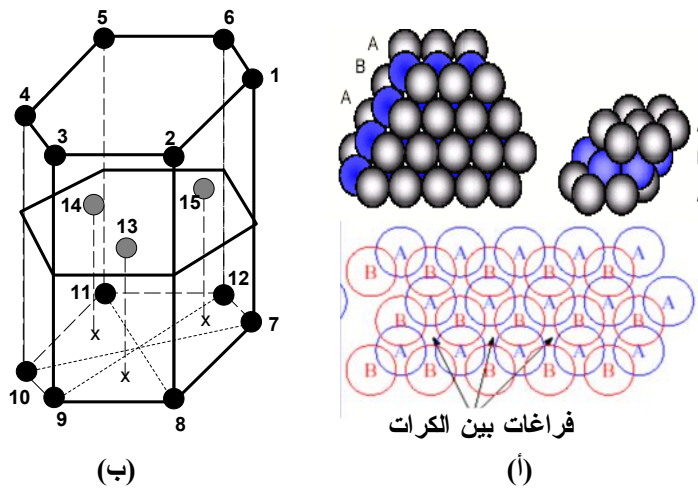
الثاني: أن تشغل كرات الطبقة الثالثة (C) مكانا يقع تماما فوق كرات الطبقة A،

ولذلك تسمى الطبقة الثالثة A أيضا. نلاحظ في هذه الحالة وجود فراغات بين الكرات،

كما يتبين من الشكل 3-15 (أ). بهذا الأسلوب نحصل على توزيع للكرات على الصورة

(ABABAB...) وهذا النوع من الرص يكون وحدة خلية سداسية الشكل، كما هو مبين

بالشكل 3-15(ب).



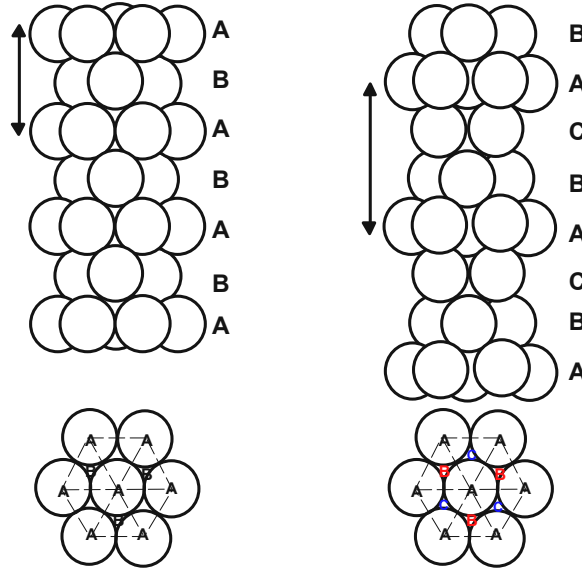
الشكل 3-15

تسمى هذه الخلية المتكونة بهذه الصورة بالعبوة السداسية المتلاصقة الرص.

تحتوى هذه العبوة على أربع ذرات $(4 = 12 \times \frac{1}{12} + 3 \times 1)$ وتكون كثافة الرص لهذه الخلية

هي نفسها كما في الحالة الأولى وتساوى 74 % تقريبا. يبين الشكل 3-16 مقارنة بين

تركيب المكعب المتراص الرص والسداسي المتراص الرص.



الشكل 3-16 مقارنة بين تركيب المكعب المتراص الرص والسداسي المتراص الرص.

ولاستنتاج الخلية الأولية في السداسي نتبع الأسلوب التالي: من نموذج رص

الكرات نجد العلاقة بين ارتفاع الخلية السداسية، c ، (المسافة بين أقرب طبقتين متشابهتين)

وطول ضلع القاعدة، a ، تكون على النحو،

$$c = \left(\frac{8}{3}\right)^{\frac{1}{2}} a = 1.633a \quad 12-3$$

نلاحظ أن الخلية السداسية تمثل ثلاث خلايا وحدة غير أولية كل منهم عبارة عن

الجزء المظلل بالشكل 3-17 (أ). تكون خلية الوحدة التي تم اختيارها متشابهة مع الشبكة

السداسية، من ناحية التناظر. بالرجوع إلى الشكل، نجد أن شبكة التركيب السداسية لا

تمثل شبكة برفافية لسببين: أولهما، لأنها تختلف عن بعضها من ناحية التوزيع الفضائي

لما يحيط بكل عقدة من بقية العقد. والسبب الثاني، لأنه لا يمكن ضبط المتجه الانتقالي الأصلي (الذي يمثل شبكة السداسي) بالشكل $\vec{R} = n_1\vec{a} + n_2\vec{b} + n_3\vec{c}$ الذي يمكنه أن يعين كل عقد الشبكة. ولكن يمكن أن نعبر عن شبكة السداسي كشبكة برافية باختيار قاعدة (أساس) جديدة بحيث تتكون كل قاعدة من عقدتين. لتحقيق ذلك، نأخذ المتجهات \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} كمتجهات أساسية بحيث تكون الزاوية بين \vec{a} و \vec{b} تساوى 120° وأطوالها هي a و b و c على وجه الترتيب، بحيث $a = b \neq c$ والمتجه \vec{c} عمودي على المتجهين الآخرين، كما هو موضح بالشكل 3-17(ب). وبناء على الافتراض السابق فإن القاعدة تتكون من العقدتين (000) و $(\frac{2}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3})$. نجد الشبكة المتكونة بواسطة هذه القواعد العقدية تكون شبكة سداسي برافية وهي عبارة عن شبكة خليتها الأولية سداسي بسيط، كما هو موضح بالشكل 3-17(ب).

يمكن تحليل المتجهات الأساسية \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} بدلالة الإحداثيات الكارتيزية الموضحة بالشكل 3-17(أ). ويمكن الحصول على متجهات الأساس الجديدة التي تصف الخلية الأولية كالاتي،

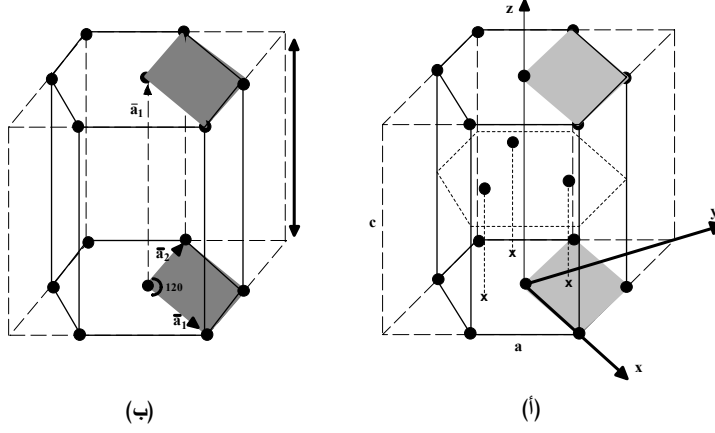
$$\vec{a}_1 = a\vec{i}, \quad \vec{a}_2 = \frac{\sqrt{3}a}{2}\vec{j} - \frac{a}{2}\vec{i}, \quad \vec{a}_3 = c\vec{k} \quad 13-3$$

ومن المعادلة 3-13 فإن حجم الخلية الأولية يساوي

$$v = |\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \wedge \vec{a}_3)| = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 c = \sqrt{2} a^3 \quad 14-3$$

أن الأسلوبين الذين أتبعنا في الرص في هذه الدراسة ليس الأسلوبين الوحيدين للتعبة، بل توجد أساليب أخرى ينتج عن احدهم شبكة مكعبة بسيطة ذات كثافة تعبئة

كثافة الرص) تساوى 0.52 أو شبكة مكعبة متمركزة الجسم ذات كثافة تعبئة 0.68 وهذا يفسر كثافة الرص للمكعب المتمركز الأوجه الكبيرة (0.74).



الشكل 3-16

مثال 3-14

أحسب كثافة الرص في حالة المكعبى البسيط.

الحل

بما أن عدد الذرات لوحدة الخلية في المكعبى البسيط يساوى ذرة واحدة وحجم

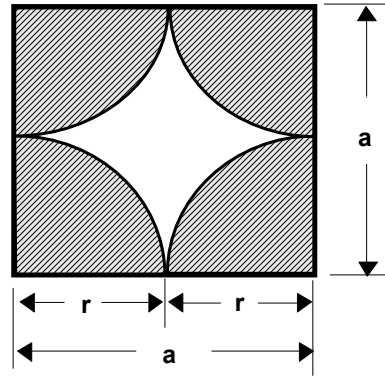
الذرة هو $\frac{4}{3}\pi r^3$ ، حيث r هو نصف القطر الذرى ويساوى $\frac{a}{2}$ ، كما هو مبين بالشكل 3-

18. فإن حجم الذرة يكون،

$$v = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$$

وحيث أن حجم وحدة الخلية المكعبة هو $V = a^3$ فإن كثافة الرص، PD، تكون

$$PD = \frac{v}{V} = \frac{\pi a^3}{6a^3} = \frac{\pi}{6} = 0.52 = 52\%$$



الشكل 3-18

8-3 خصائص التركيب المكعبى المتمركز الأوجه والمتمركز الجسم

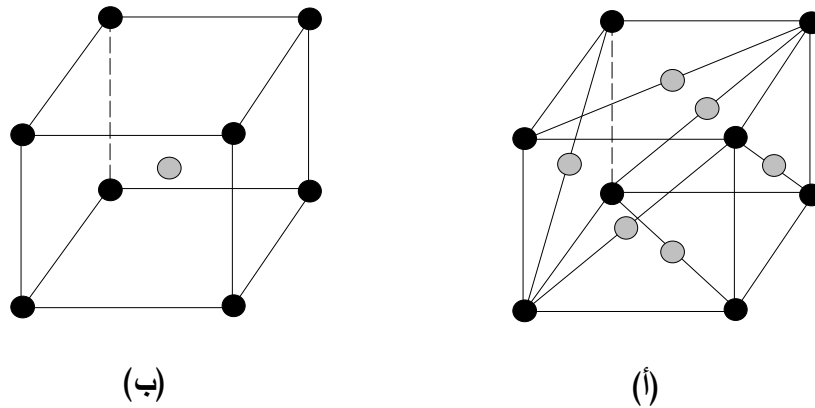
CHARACTERISTIC OF FCC AND BCC STRUCTURE

تتبلور معظم العناصر الكيميائية على هيئة شبكات غير معقدة فيوجد حوالي 20

عنصرا على شكل المكعبى المتمركز الأوجه (fcc). تحتوى وحدة الخلية في المكعبى

المتمركز الأوجه على 4 ذرات: ذرة واحدة مشاركة في الرؤوس الستة و 3 ذرات مشاركة

في الأوجه الستة، كما هو مبين بالشكل 3-19 (أ).



الشكل 3-19 شكل البناء :- (أ) FCC، (ب) BCC.

كما يتبلور حوالي 14 عنصر على شكل شبكية مكعبى متمركز الجسم (bcc).

تحتوى وحدة الخلية على ذرتين اثنتين: ذرة تشارك الرؤوس الستة وذرة في مركز

المكعب، كما هو مبين في الشكل 3-19 (ب). الجدول 3-2 يبين طول ضلع الخلية

المكعبة لبعض هذه العناصر.

الجدول 2-3 طول ضلع الخلية المكعبة (بالانجستروم) لبعض العناصر

عناصر تتبلور على شكل BCC				عناصر تتبلور على شكل FCC			
a	العنصر	a	العنصر	a	العنصر	a	العنصر
3.31	Ta	2.88	Cr	5.30	Ag	5.26	Ar
3.02	V	3.15	Mo	3.52	Ni	4.05	Al
3.16	W	2.87	Fe	4.95	Pb	5.58	Ca
5.02	Ba	3.30	Nb	3.92	Pt	3.61	Cu

9-3 التركيب البلوري لبعض البلورات البسيطة

STRUCTURE OF SOME SIMPLE CRYSTALS

يتبلور حوالي 28 من العناصر على شكل بناء العبوة السداسية المتراسة، hcp.

يبين الجدول 3-3 خصائص بعض هذه العناصر.

الجدول 3-3 أبعاد الخلية (بالانجستروم) ذات البناء hcp لبعض العناصر.

c	a	العنصر	c	a	العنصر
6.07	3.75	La	3.58	2.29	Be
5.21	3.21	Mg	5.62	2.98	Cd
5.27	3.31	Sc	4.07	2.51	a-Co
5.69	3.60	Tb	5.59	3.56	Er
5.73	3.65	Y	5.78	3.64	Gd
4.95	2.66	Zn	5.83	3.57	He
5.15	2.23	Zr	5.62	3.58	Mo

(أ) تركيب بلورة كلوريد الصوديوم NaCl

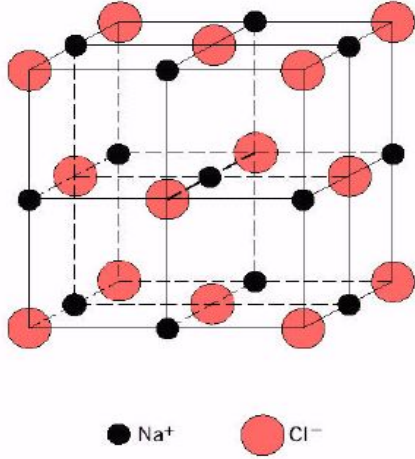
يتبلور كلوريد الصوديوم (ملح الطعام) على شكل شبكة مكعبية وفيها تتبادل

أيونات الصوديوم والكلور الأماكن على امتداد الاتجاهات الأساسية، كما هو مبين بالشكل

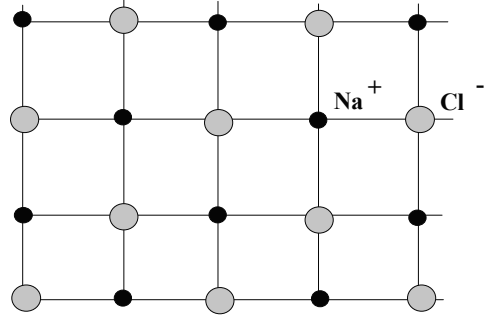
3-20(أ). يبين الشكل 3-20(ب) خلية الوحدة في الأبعاد الثلاثة. نلاحظ أن الخلية تكون

من النوع المتمركز الأوجه وتكون مواضع أيونات الصوديوم الأربعة هي 000 و $\frac{1}{2}\frac{1}{2}0$

و $\frac{1}{2}0\frac{1}{2}$ و $0\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ ، بينما تتواجد أيونات الكلور الأربعة في المواضع $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ و $00\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}00$ و $0\frac{1}{2}0$ (تشير الأعداد إلى الإحداثيات بدلالة كسور ضلع المكعب).



ب- بلورتين متمركزتين الأوجه متداخلتين



أ- البلورة مرسومة في بعدين

الشكل 3-20 تركيب بلورة كلوريد الصوديوم.

يمكن القول بأن بلورة كلوريد الصوديوم هي شبكة غير برفافية تتكون من

شبيكتين جزئيتين متداخلتين من النوع fcc. تتكون الشبكة الأولى من أيونات الصوديوم

وتتكون الشبكة الأخرى من أيونات الكلور وتزاح احد الشبيكات عن الأخرى بمقدار $\frac{a}{2}$.

ينطبق نفس التركيب السابق على العديد من البلورات الأيونية. يبين الجدول 3-4 أبعاد

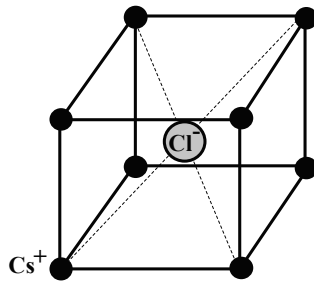
بلورات بعض المركبات التي تتبلور على صورة كلوريد الصوديوم.

الجدول 3-4 أبعاد بلورات بعض المركبات التي تتبلور على صورة كلوريد الصوديوم (بالانجستروم).

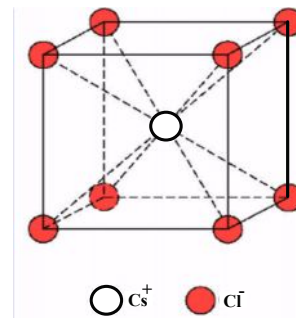
المركب	a	المركب	a
AgCl	5.55	LiF	4.02
MgS	5.20	NaCl	5.64
CaSe	5.91	KF	6.35
BaS	6.39	RbF	5.64
MgO	4.21	NaF	4.62

(ب) تركيب بلورة كلوريد السيزيوم CsCl

يتبلور كلوريد السيزيوم على شكل مكعبي وفيها تتبادل أيونات الكلور مواضعها على خطوط مستقيمة على امتداد أقطار المكعب الأربعة، كما هو مبين بالشكل 3-21(أ). هكذا تكون وحدة الخلية على هيئة مكعبي متمركز الجسم، كما هو مبين بالشكل 3-21(ب).



ب- خلية الوحدة



أ- بلورة كلوريد السيزيوم

الشكل 3-21 بلورة كلوريد السيزيوم.

توجد في كل وحدة خلية أيون سيزيوم واحدة موضوعة عند النقطة 000 وايون كلور عند $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$. ولهذا فإن بلورة كلوريد السيزيوم هي بلورة غير براهية تتكون من بلورتين مكعب بسيط تبعد كل منهما عن الأخرى بمسافة تساوى نصف قطر المكعب.

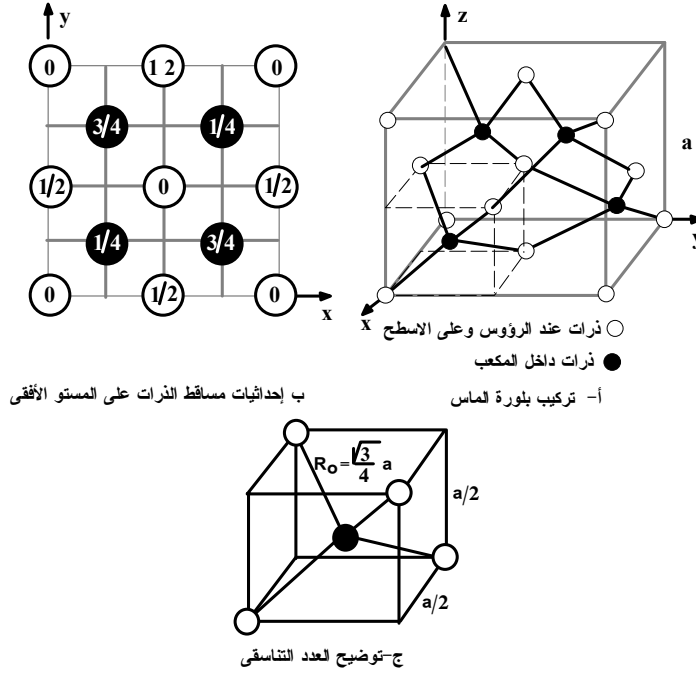
يبين الجدول 3-5 أبعاد بلورة بعض المركبات التي تتبلور على صورة كلوريد السيزيوم.

الجدول 3-5 أبعاد بلورات بعض المركبات التي تتبلور على صورة كلوريد السيزيوم (بالانجستروم).

a	المركب	a	المركب
3.83	TlCl	4.12	CsCl
3.97	TlBr	4.29	CsBr
4.20	TlI	4.57	CsI

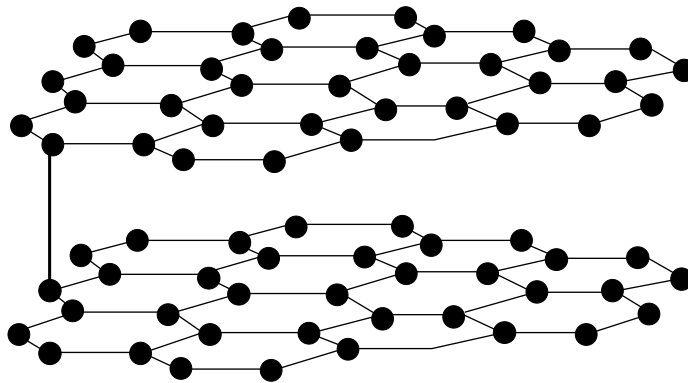
(ج) تركيب بلورة الماس DIAMOND CRYSTAL STRUCTURE

الماس هو كربون متبلور بسبب الضغط ودرجة الحرارة المرتفعين لفترات زمنية كبيرة. تكون شبكة الماس على هيئة معكبي وهي شبكة ليست برافية، كما يبين الشكل 3-22(أ). تحتوى الخلية الأولية على 8 ذرات، كما هو مبين في الشكل 3-22(ب)، وفيها يتكون الأساس من ذرتين من الكربون مصاحبتين لكل عقدة (نقطة) عند الإحداثيات : 000 و $\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}$. ويمكن تصور شبكة الماس المكعبة على أنها تتكون من شبكيتين (fcc) متماثلتين ومتداخلتين. تتكون الشبكة الأولى من الذرات المظلمة في الشكل (ب) وتتكون الشبكة الثانية من الذرات غير المظلمة. تكون هاتين الشبكيتين مزاحتان عن بعضهما باتجاه ربع القطر الجسمي للشبكة المكعبة بمقدار ربع قطر المكعب. تكون كل ذرة محاطة بأربع ذرات في الجوار على مسافات متساوية وواقعة على رؤوس شكل رباعي السطوح منتظم، كما يبين الشكل 3-22(ج). وحيث أن التوزيع الفضائي للذرات التي تحيط ذرة معينة يختلف من ذرة إلى أخرى لذلك نقول أن الشبكة ليست برافية، كما ذكرنا



الشكل 22-3 تركيب بلورة الماس.

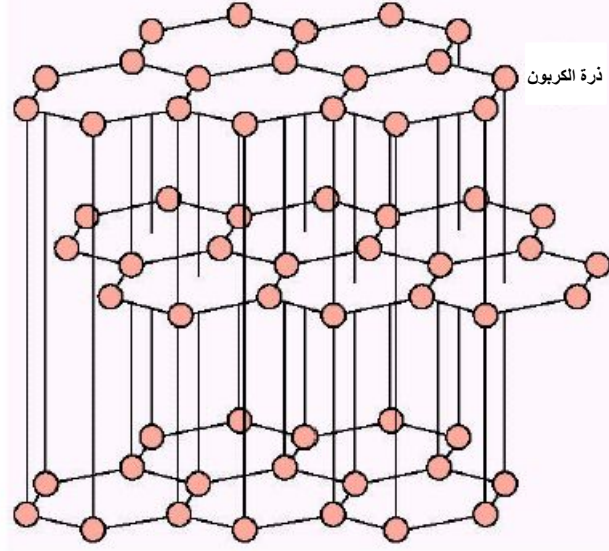
بالرغم أن عدد التناسق لذرة الكربون هو 4، كما يتضح من التركيب البلوري للماس، إلا أن الخلية الأولية للماس لا تنتمي إلى مجموعات التعبئة (الرص) المترابطة لأن كثافة الرص لها تساوى 0.34 فقط وهذه قيمة منخفضة. ورغم ذلك تظهر بلورة الماس خصائص ميكانيكية جيدة حيث تظهر مقاومة عالية للخدش ويرجع ذلك إلى دقة انتظام البلورة من ناحية وإلى قوة الروابط التساهمية بين ذرات الكربون من ناحية أخرى.



الشكل 23-3 تركيب الجرافيت (سداسي بسيط).

يمكن أن تتبلور ذرات الكربون أيضا (كما في حالة الماس) لتعطي بلورة جرافيت

(سداسي بسيط)، كما هو مبين بالشكل 3-23.



الشكل 3-24 شبكة الجرافيت في الأبعاد الثلاثة.

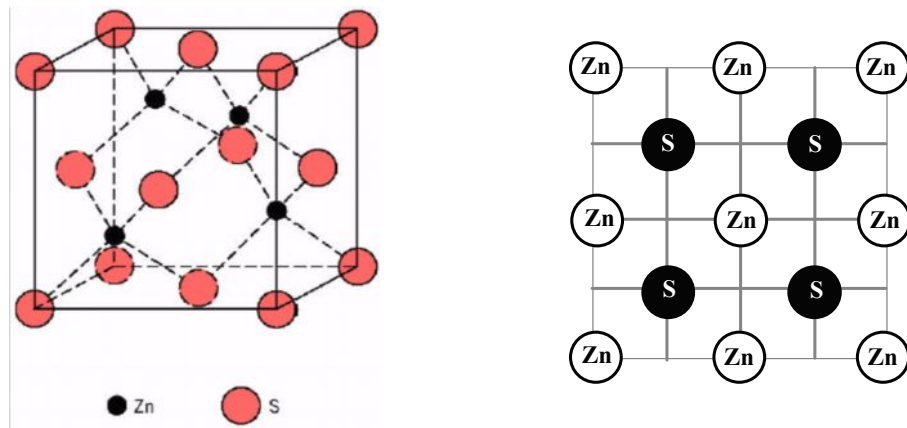
تكون الشبكة البلورية للجرافيت غير برفافية وتتكون من شبكتي سداسي بسيط متداخلتين، كما هو مبين بالشكل 3-24. تختلف الخواص الفيزيائية لكل من الجرافيت والماس اختلافاً كبيراً فالماس صلب جداً وشفاف وكثافته تساوي 3.5 جم/سم³ ويعتبر عازلاً جيداً للكهرباء. على الجانب الآخر، يكون الجرافيت: لين جداً وأسود وكثافته تساوي 2.1 جم/سم³ وموصل جيد للكهرباء. وبذلك نلاحظ أن اختلاف التركيب البلوري يعطي خواص فيزيائية متباينة وتسمى هذه خاصية تعدد الأشكال (polymorphism).

(د) تركيب بلورة كبريتيد الزنك ZNS

يشبه تركيب بلورة كبريتيد الزنك تركيب بلورة الماس، التي سبق شرحه، مع

فارق وحيد وهو أن الذرتين اللتين تكونان الأساس هما ذرتان مختلفتان. هنا يكون الأساس

مكون من ذرة زنك وذرة كبريت. تحتوي كل خلية وحدة على أربعة جزيئات من كبريتيد الزنك (ZnS) و توجد ذرة الزنك أو الكبريت في مركز شكل رباعي متكون من ذرات النوع المخالف، كما هو مبين بالشكل 3-25. تتبلور كثيرا من المواد شبه الموصلة على صورة بلورة كبريتيد الزنك. يبين الجدول 3-6 أبعاد بلورات بعض المركبات التي تتبلور على صورة ZnS.



ب- التركيب في الأبعاد الثلاثة

أ- التركيب مرسوم في بعدين

الشكل 3-25 تركيب بلورة كبريتيد الزنك.

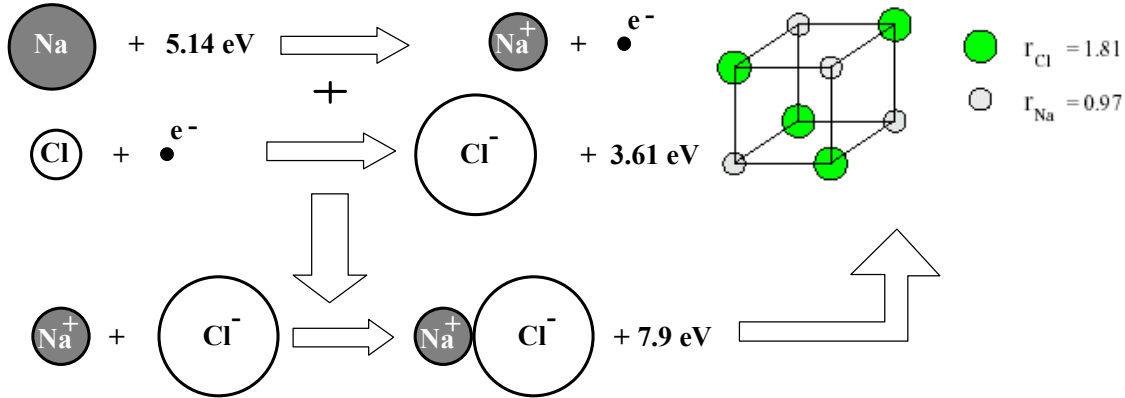
الجدول 3-6 أبعاد بلورة بعض المركبات التي تتبلور على صورة ZnS (بالانجستروم).

a	المركب	a	المركب
5.41	CuCl	5.82	CdS
6.47	AgI	6.08	HgSe
5.07	BeSe	5.62	AlSb
5.41	ZnS	5.65	GaAs
6.09	ZnTe	4.35	SiC

يتضمن الشكل 3-26 جدول التركيب البلوري للعديد من العناصر الفلزية على

غرار الجدول الدوري للعناصر مما يسهل الكشف عن التركيب البلوري للفلزات.

القيمة المقاسة عملياً 6.4 eV . يرجع سبب هذا الاختلاف الى عدم الدقة في قيم أنصاف أقطار الأيونات التي استخدمت في الحسابات وكذلك الى التبسيط المفرط في المعالجة الرياضية.



الشكل 3-27 تكون الطاقة لكل جزئ في بلورة كلوريد الصوديوم

أقل من طاقة الذرات المتعادلة المنفصلة. تكون طاقة $(7.9 - 5.1 + 3.6) \text{ eV} = 6.4 \text{ eV}$

التماسك بالنسبة للأيونات المنفصلة 7.9 eV لكل وحدة جزئ. كل القيم المعطاة في

الشكل هي قيم عملية.

على كل حال، تكون هذه الحسابات، في كثير من الأحوال، تكون كافية لتعيين طاقة الترابط. ومن الواضح أن المواد الصلبة الأيونية تكون عازلة كهربياً، حيث أن كمية الطاقة اللازمة لكي يتحرك الإلكترون بحرية تكون كبيرة جداً، $\sim 10 \text{ eV}$.

تتعين طاقة الترابط بشكل التركيب البلوري للبلورات الأيونية، أي بواسطة

مسافات الاتزان بين الشحنات. ففي الأنظمة التي تكون فيها أنصاف أقطار الأيونات

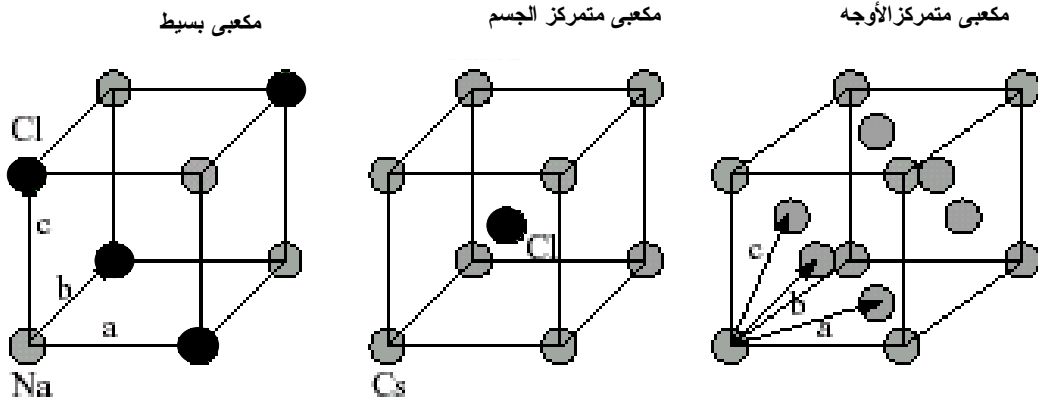
مقاربة (مثل كلوريد السيزيوم، CsCl، $r_{\text{Cs}} \approx 1.60 \text{ \AA}$ ، $r_{\text{Cl}} \approx 1.81 \text{ \AA}$) يكون التركيب

المكعبى المتمركز الجسم (bcc) هو المفضل في الرص، أنظر الشكل 3-28. على الجانب

الآخر، في الأنظمة ذات أنصاف الأقطار المختلفة مثل NaCl، يكون التركيب المكعبى

البسيط هو المفضل وذلك بسبب أن ذرات الكلور ذات حجم أكبر وتحتاج إلى متسع من المكان. فإذا اقتربت قلوب الذرات (قلب الذرة هو عبارة عن النواة والالكترونات عدا الموجودة في المدارات الخارجية منها) بعضها من بعض لمسافة أقل من أنصاف الأقطار يحدث تداخل بين المدارات الخارجية وتكون حينئذ رابطة تساهمية تتضمن كل من قوى تجاذب وتنافر.

يبين الشكل 3-28 الاحتمالات الممكنة لشكل بلورة الملح. في حالتي المكعبي البسيط والمكعبي المتمركز الجسم تكون أقرب جيران لذرة ما عبارة عن ذرات من النوع المخالف لها ويكون تكوين هذه الشبكات الأيونية مشجعة للتعبئة. على كل حال، نجد أنه من المستحيل تكوين شبكة مكعبية متمركزة الأوجه باستخدام كميات متساوية من كل عنصر.



الشكل 3-28

عند تعيين طاقة الترابط يجب أخذ جميع القوى بين الشحنات في الاعتبار. تكون طاقة الترابط الكلية للتركيب الأيوني على صورة مجموع ماديلونج (وهو عبارة عن قوى التجاذب الكولومي الناشئة بين الشحنات المختلفة + قوى التنافر الناشئة بين أنوية الذرات المتشابهة وبين الكترونات كل ذرة مع

الكترونات الذرة الأخرى).

تعتبر عملية حساب طاقة التنافر المشاركة في الطاقة الكلية عملية معقدة للغاية وتحتاج إلى ميكانيكا الكم، بينما، يمكن حساب طاقة التجاذب الكولومى بسهولة. للتسهيل، يمكن وضع صورة طاقة التنافر على صورة أسية. وباعتبار بلورة كلوريد الصوديوم (fcc)، يكون لكل أيون ستة جيران مخالفة و 12 جار من نفس النوع، كما هو مبين بالشكل 3-29. كما يمكن تقريب طاقة الوضع الكلية بين أيونين متجاورين i و j باستخدام معادلة مى (Mie). فى هذه الحالة تكتب طاقة الوضع الكلية (طاقة الترابط) على الصورة،

$$\phi_{ij} = \pm \frac{e^2}{r_{ij}} + \frac{B}{r_{ij}^n}, \quad 15-3$$

حيث يصف الحد الأول في هذه المعادلة الفعل الكولومى حيث تدل الإشارة نوع الفعل بين الشحنات المتشابهة والشحنات المختلفة. بينما يصف الحد الثاني في هذه المعادلة، بشكل تقريبي، التنافر الناشئ عن تداخل السحابات الالكترونية ويحتوى على المتغيرين n و B . (يمكن تقريب الحد الثاني ووضعه على الصورة الأسية $Be^{(-r_{ij}/\rho)}$ ، حيث ρ كثافة الشحنة الحجمية). وبفرض أن المسافة الفاصلة بين أقرب جيران هي a فإن المسافة بين أي أيونين تكون $r_{ij} = ap_{ij}$ وبالتالي يمكن كتابة طاقة الوضع الكلية على الصورة،

$$\phi = N\phi_i = N \left[-\frac{e^2}{a} \sum_{i \neq j} \frac{\pm 1}{p_{ij}} + \frac{B}{a^n} \sum_{i \neq j} \frac{1}{p_{ij}^n} \right], \quad 16-3$$

حيث N هو عدد أزواج الأيونات في البلورة. يعرف المقدار $A = \sum_{i \neq j} \frac{\pm 1}{p_{ij}}$ بثابت

ماديلونج (Madelung) وتعتمد قيمته على نوع الشبكة فقط (وليس على حجمها، فعلى

سبيل المثال، يكون $A_{NaCl} = 1.748$ و $A_{CsCl} = 1.763$). ونظرا للمدى القصير للوضع $1/p_n$ ،

فإن الحد الثاني في المعادلة السابقة يمكن تقريبه بمجموع أقرب جار.

مثال 3-15

إذا علمت أن طاقة الوضع بين ذرات جزئ ثنائي تتغير طبقا للعلاقة $\phi(r) = -\frac{b}{r^6} + \frac{a}{r^{12}}$ ،

حيث r هي المسافة بين الذرتين و a ، b ثوابت، عين قيمة r عند طاقة الوضع الصفرية،

وقيمة r عند أقل طاقة وضع والقوة بين الذرتين ومقدار الطاقة اللازمة لتحلل الجزئ.

الحل

$$\phi(r) = -\frac{b}{r^6} + \frac{a}{r^{12}} = 0 \quad \text{عند طاقة الوضع الصفرية نجد أن}$$

وبالتالي تكون قيمة r عند طاقة الوضع الصفرية هي

$$r_{\phi=0} = \sqrt[6]{a/b}$$

وتكون طاقة الوضع أقل ما يمكن عندما تساوى المشتقة الصفر وبالتالي نحصل

على،

$$\frac{\partial \phi(r)}{\partial r} = \frac{6b}{r_o^7} - \frac{12a}{r_o^{13}} = 0 \quad \& \quad \therefore r_o = \sqrt[6]{\frac{2a}{b}}$$

$$F = -\frac{\partial \phi(r)}{\partial r} = -\frac{6b}{r^7} + \frac{12a}{r^{13}} \quad \text{تعرف القوة بين الذرتين على النحو التالي}$$

يتضح من هذه المعادلة أن القوة تساوى صفراً عند مسافة تساوى ما لانهاية.

يبين الشكل 29-3 اعتماد كل من دالة طاقة الوضع والقوة بين الذرتين على

المسافة بينهما. من الشكل السابق يتضح أن القوة تكون موجبة عندما تكون المسافة بين

الذرات أقل من $\sqrt[6]{\frac{2a}{b}}$ وتتنافر الذرتين، والعكس صحيح.

تعرف طاقة تحلل الجزيء بأنها الشغل المبذول لفصل مكونات الجزيء إلى مسافة

مالانهاية. وبالتالي يمكن كتابة طاقة التحلل على صورة الفرق بين طاقة الوضع عند ما

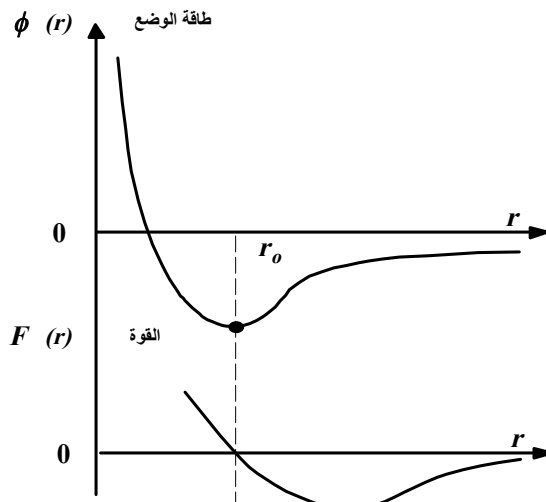
لانهاية وعند النهاية الصغرى (بالتعويض عن $r = (2a/b)^{1/6}$ في معادلة الطاقة)، أي على

الصورة،

$$E_D = \phi_{\infty} - \phi_{\min} = 0 - \left(\frac{a}{4a^2/b^2} - \frac{b}{2a/b} \right) = \frac{b^2}{4a},$$

حيث يبدأ تحلل الجزيء عندما تصل طاقة حركة الذرات في قاع البئر الجهدى إلى

قيمة أكبر من E_D .



الشكل 29-3

ملخص الباب

✗ يمكن تحديد الاتجاه في البلورة بواسطة أدلة ميلر على النحو $[n_1, n_2, n_3]$ وتكون

أدلة الاتجاه لاتجاه ما في البلورة هي نفسها أدلة ميلر للمستوى العمودي على هذا الاتجاه.

✗ يشار إلى جميع الاتجاهات المتكافئة مع الاتجاه $[n_1 n_2 n_3]$ بالرمز $\langle n_1 n_2 n_3 \rangle$.

✗ تكون المسافة بين المستويات التي لها أدلة ميلر $\langle hkl \rangle$ في البلورة التي لها

$$d_{hkl} = \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}}} \text{ فواصل } a \text{ و } b \text{ و } c \text{ هي}$$

✗ تعرف العلاقة بين أدلة ميلر (uvw) للمستوى وأدلة اتجاه محور النطاق $[uvw]$ بقانون فايس.

✗ تعين الزاوية θ بين الاتجاهين $[u_1 v_1 w_1]$ ، $[u_2 v_2 w_2]$ بواسطة العلاقة

$$\cos \theta = \frac{u_1 u_2 + v_1 v_2 + w_1 w_2}{\sqrt{u_1^2 + v_1^2 + w_1^2} \sqrt{u_2^2 + v_2^2 + w_2^2}}$$

✗ لتعيين عدد الذرات في وحدة الخلية يجب معرفة الشكل الهندسي للخلية ونصف القطر الذري.

✗ يعرف نصف القطر الذري على أنه نصف المسافة بين أقرب ذرتين

متجاورتين في بلورة عنصر نقي مع مراعاة أن أقرب ذرتين متجاورتين يجب أن تلامس كل منهما الأخرى.

✘ تعرف الكثافة الذرية للمستوى البلوري بأنها عدد الذرات لوحدة المساحات في مستوى بلوري معين.

✘ يعرف العدد التناسقي بأنه عدد أقرب العقد في الشبكة بالنسبة لعقدة معينة، أي أنه عدد أقرب العقد المجاورة لتلك العقدة.

✘ في المركبات الأيونية يزداد العدد التناسقي مع زيادة نسبة نصف قطر الكاتيون إلى نصف قطر الأنيون $\left(\frac{r_{cation}}{r_{anion}}\right)$.

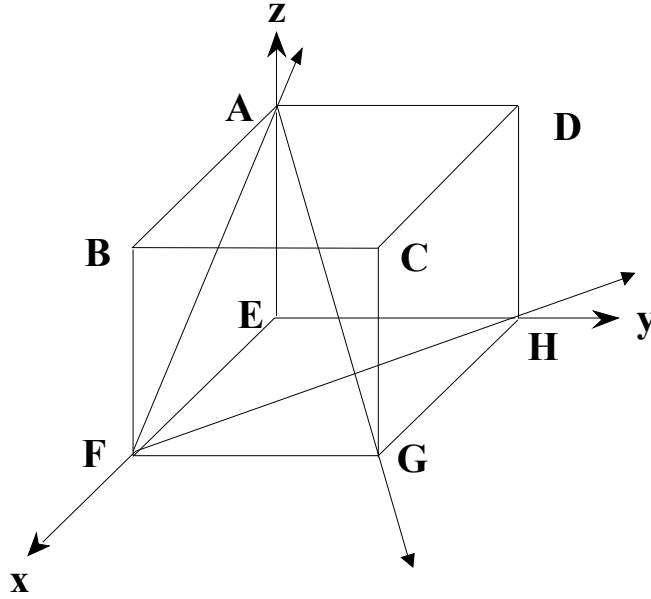
✘ تعرف كثافة الرص بأنها النسبة بين الحجم المشغول بالذرات إلى حجم الخلية.

✘ يمكن تصور شبكة الماس المكعبة على أنها تتكون من شبكيتين (fcc) متماثلتين ومتداخلتين.

✘ يشبه تركيب بلورة كبريتيد الزنك تركيب بلورة الماس مع فارق وحيد وهو أن الذرتين اللتين تكونان القاعدة (الأساس) تكونان مختلفتين.

أسئلة وتمارين

1. أي من المتجهات الآتية تقع على المستوى (110) :- [001]، [110]، [112]، [988]، [211].
2. أرسم المستويات والمتجهات التالية في وحدة الخلية المكعبة :- [434]، [122]، (112) و [112].
3. أوجد البعد بين المستويات المتوازية الآتية في بلورة الحديد ذات الخلية المكعبة التي لها $a = 0.2886 \text{ nm}$:- (111) و (212) و (423) و (201).
4. إذا كان $a = b = c = 8 \text{ \AA}$ ، أوجد المسافة الفاصلة d بين المستويات المتوازية ذات معاملات ميلر (123).
5. أحسب المسافة الفاصلة لنفس المستويات في المسألة السابقة لبلورة لها خلية وحدة ذات $a = b = 7 \text{ \AA}$ و $c = 9 \text{ \AA}$.
6. إذا كان طول خلية الوحدة للألومونيوم هو 4.04 أنجستروم، وكانت الخلية مكعبة الشكل فما قيمة كل من :- d_{220} ، d_{111} و d_{200} . (1.43، 2.33 و 2.02 أنجستروم، على وجه الترتيب).
7. عين أدلة ميلر للمتجهات المبينة بالشكل 3-30.
8. إذا علمت أن كلوريد الصوديوم يتبلور على صورة مكعبي متمركز الوجه، وأن وزنه الجزي هو 58.2 وكثافته 2180 كيلوجرام/المتر المكعب. أوجد المسافة بين أقرب ذرتين



الشكل 3-30

9. تتكون الشبكة المتمركزة الأوجه من ذرات كرية نصف قطرها R. أحسب الكثافة

الذرية للمستويات : (أ) (110) و (ب) (100) و (ج) (111).

10. عين أدلة ميلر للذرات المتمركزة في أوجه المكعب.

11. برهن على أن الاتجاه [hkl] في البلورة المكعبة يكون دائما عموديا على المستوى

(hkl) الذي يملك نفس أدلة ميلر.

12. أثبت أن كثافة الرص النسبية في حالة المكعب المتمركز الجسم تساوي $\frac{\sqrt{3} \pi}{8}$.

13. أثبت أن كثافة الرص النسبية في حالة المكعب المتمركز الأوجه تساوي $\frac{\sqrt{2} \pi}{6}$.

ثم قارن بين كثافة الرص في المكعب المتمركز الأوجه والمكعب المتمركز

الجسم.

14. تعرف كثافة الرص بأنها النسبة بين الحجم الذي تحتله الذرات في الخلية إلى

الحجم الكلي للخلية. أثبت أن أعلى قيم لكثافة الرص هي على النحو التالي : 0.52

للمكعب البسيط ، 0.68 للمكعب المتمركز الجسم و 0.74 للمكعب المتمركز الأوجه.

أفترض أن الذرات عبارة عن كرات متماثلة ومتمركزة حول نقاط المكعب.

15. إذا علمت أن للنحاس تركيب بلوري مكعبي متمركز الأوجه وأن نصف القطر

الذري هو 1.278 أنجستروم، أوجد كثافة النحاس إذا علمت أن الوزن الذري للنحاس

يساوى 63.54. (الجواب 8.98 جم/سم³).

16. إذا كان التركيب البلوري للفضة هو شبكة مكعبي متمركز الأوجه وأن طول

المكعب هو 4.07 أنجستروم وأن الكتلة الذرية للفضة هي 107.88 و.ك.ذ. أحسب

كثافة الفضة.

17. أحسب الكثافة الذرية للمستويات: - أ-(100)، ب- (110) و ج-(111) في بلورة

النحاس إذا علمت أن البلورة مكعب متمركز الأوجه ونصف القطر الذري هو 1.27

أنجستروم.

18. ما المقصود بالمصطلحات الآتية:

(ب) رقم التناسق

(أ) خلية الوحدة

(د) الكثافة الذرية للمستوى البلوري

(ج) كثافة الرص

(هـ) الشبكة البرافية

(و) التماثل

(ز) نصف القطر الذرى.

19. أحسب الكثافة الذرية للمستوى (222) أو (111) في بلورة الحديد المكعبة المتمركزة

الأوجه ثم أحسب المسافة الفاصلة بين المستويين السابقين. (الجواب 2.10×10^{13}

ذرة/م²، $d_{111} = 2.05 \text{ \AA}$).

20. يكون التركيب البلوري لكلوريد الصوديوم مكعبي وفيه تتبادل أيونات الكلور

المواضع مع أيونات الصوديوم. فإذا علمت أن كثافة كلوريد الصوديوم هي 2.156

جم/سم³ وأن عدد أفوجادرو = 6.025×10^{23} ذرة/مول، أوجد المسافة الفاصلة بين

أقرب أيونين متجاورين. (الجواب 2×10^{-10} متر).

21. إذا كان تركيب الماس يمكن النظر إليه كشبيكتين مكعبية متمركزة الأوجه

متداخلتين وأن طول ضلع المكعب هو 3.56 أنجستروم. بين أن الكثافة الذرية

للماس هي 1.77×10^{23} سم⁻³، ومن هذه النتيجة أحسب كثافة الماس وقارنها مع

كثافة الماس المعروفة (3.5 جم/سم³) علماً بأن الكتلة الذرية للماس تساوى 12.2

و.ك.ذ. (الجواب 3.54 جم/سم³).
