



المسألة رقم: 2

دراسة بلورة كلوريد البتاسيوم ()

بلورة من كلوريد البوتاسيوم KCl يتبلور في شبكة مكعبة متمركزة الأوجه (CFC) حرف الشبكة $a = 6,30.10^{-10} \text{ m}$ مقرر للإهتزاز (siège de vibration) بشعاع موجي $\vec{k}$ في الاتجاه $[111]$. كتلة الكلور والبتاسيوم m_K و m_{Cl} على التوالي ونسمي الكثة الكلية للأيونين $M = m_{Cl} + m_K$ ، نضع $\mu = \frac{1}{m_K} + \frac{1}{m_{Cl}}$. نعتبر عن متوسط موقع الاتزان لذرة بالنسبة لنقطة الأصل التي نفترضها على احد مواقع الذرتين (الأيونين)، كما نفرض التفاعل بين أقرب المجاورات من الدرجة الأولى كما نسمي C بثابت القوة وبفرض أننا في حالة فرضية تقريب هوك.

(1) أكتب معادلتى الحركة للذرتين.

(2) بفرض الحلول على شكل موجات مستوية أحادية اللون (ondes monochromatiques).

$$u_p = u_0 e^{i(\omega t - pkr)} \quad \text{و} \quad v_p = v_0 e^{i(\omega t - pkr)}$$

(أ) ماهو الشرط اللازم ألذي يجب ان يتحقق لتكون هذه المعادلات قابلة للحل. استنتج الحل في صورة معادلة كدالة للتردد ω واكتبها على الشكل :

$$\alpha \omega^4 - 2C\beta \omega^2 + 2C(1 - \cos kr) = 0 \quad \text{مع تحديد الثوابت } \alpha \text{ و } \beta.$$

(ب) برهن ان المعادلة السابقة يمكن كتابتها على الشكل: $\mu^{-1} M \omega^4 - 2CM \omega^2 + 4C^2 \sin^2 \left(\frac{kr}{2} \right) = 0$ ، ثم حل

المعادلة واستنتج ترددات انتشار الاهتزازات ω_1 و ω_2 على طول البلورة. ماذا تمثل هذه الترددات؟

(3) ارسم منحنيات ω_1 و ω_2 بدلالة K في المجال $(0, \frac{\pi}{r})$.

(4) بين أنه يوجد عصابة تردد $\Delta \omega = \omega_u - \omega_d$ لا يمكن أن تنتشر فيها الموجات بداخل البلورة.

(5) حدد عبارة $\Delta \omega$ ومنها Δf

(6) لحساب سرعة الصوت في الاتجاه $[111]$ تم استخدام جهاز قياس سرعة الأمواج فوق الصوتية في البلورة وكان الفرق بين نبضتين متتاليتين قدره 2.4div وبسرعة مسح قدرها $1 \frac{\mu s}{div}$. للعلم سمك البلورة $d = 1,00 \text{ cm}$. أحسب سرعة انتشار الصوت v_s

في بلورة كلوريد البوتاسيوم في الإتجاه $[111]$. ثم استنتج قيمة الثابت C وحدد وحدته.

(7) أحسب القيمة العددية لكل من ω_u و ω_d ثم استنتج القيمة العددية $\Delta \omega$.

(8) إذا فرض أن E هو عرض العصابة، أحسب القيمة العددية لها بوحدة eV.

المعطيات: $N_{av} = 6.02 \times 10^{23}$ ، $A(K) = 39.1 \times 10^{-3}$ ، $A(Cl) = 35.5 \times 10^{-3}$