لفصل العاشر

القوى والعزوم المغناطيسية

كل جسيمة مشحونة متحركة في حقل مغناطيسي تخضع لقوة عمودية على سرعتها ومتناسبة مع شحنتها وسرعتها وشدة الحقل المغناطيسي B والعبارة الكاملة لهذه القوة:

قوة لا بلاس تعطى بالعلاقة

$$\vec{F} = Q\vec{V}\wedge\vec{B} = Q\,\vec{dl}/_{dt}\wedge\vec{B} = \left(Q/_{dt}\right)\vec{dl}\wedge\vec{B}$$

قوة لور انتز تعطى بالعلاقة:

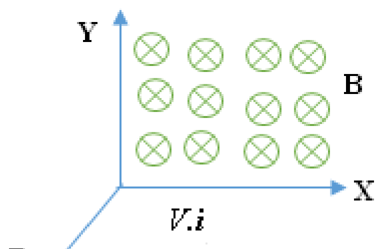
$$\vec{F} = I.\,d\vec{l}\wedge\vec{B}$$

مثال 1: جد القوة المطبقة على جسيمة كتلتها $m = 1.7 * 10^{-27}kg$ وشحنتها $Q = 1.6 * 10^{-19}C$ التي تدخل مجالا مغناطيسيا شدته $B = 5mT$ بسرعة ابتدائية $V = 83.5\ km/s$

ما لم نعرف اتجاه كلا من الحقل المغناطيسي B والسرعة الابتدائية للجسيمة V_0، فلا يمكننا حساب القوة، وعليه نفترض أن B و V_0 متعامدان كما في الشكل (1.10):

$$F = |q|V_0B = 1.6 * 10^{-19} * 83.5 * 10^3 * (5 * 10^{-3}) = 6.68 * 10^{-17}Newton\,\vec{j}$$

$$\vec{V_0} = V_0\vec{\imath}, \vec{B} = B(-\vec{k}) \quad , \quad V_0\vec{\imath}\wedge B(-\vec{k}) = V_0B\vec{\jmath}$$



الشكل 1.10

مثال 2: من أجل الجسيمة في المثال**1** جد نصف قطر المسار الدائري والدور الزمني لدورة كاملة.

$$\rho = R\,\frac{mV_0}{|q|B} = 0.177m$$

$$T = \frac{2\pi\rho}{V_0} = 13.3\mu s$$

مثال 3: في منطقة ما من الفضاء يسود حقل مغناطيسي B مقداره $\vec{B} = 5 * 10^{-4}\vec{k}\, Tesla$ وحقل كهربائي مقداره $\vec{E} = 5\vec{k}(V/m)$ يدخل فيها بروتون كتلته $m_p = 1.673 * 10^{-27}kg$ ومقدار شحنته $Q_p = 1.602 * 10^{-19}\, C$.

عند نقطة الأصل (0,0,0) بسرعة ابتدائية $\vec{V_0} = 2.5 * 10^5\vec{i}\,(m/s)$ صف حركة البروتون ثم حدّد موضعه بعد 3 دورات كاملة.

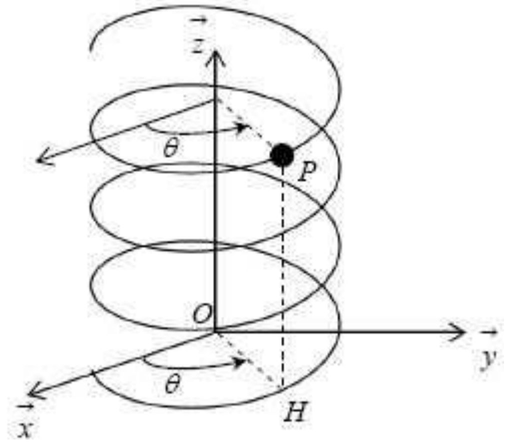
الحل: القوة المطبقة ابتدائيا على الجسيمة تتكون من حد كهربائي وحد مغناطيسي

$$\vec{F_0} = q(\vec{E} + \vec{V_0}\wedge\vec{B}) = Q_p(E\vec{k} - V_0B\vec{j})$$

المركبة E_z الكهربائية للقوة ثابتة وتنتج تسارعا ثابتا في نفس الاتجاه $\vec{k}$. وعليه فإن معادلة الحركة حسب المحور Oz تعطى بالعلاقة:

$$Z = \frac{1}{2}\, at^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{Q_{pE}}{m_p}\right)t^2$$

المركبة الأخرى ذات الأصل المغناطيسي التي تعطى بالعلاقة: $\vec{F}_{mag} = Q_pV_0B\vec{e}_r$ تنتج حركة دائرية عمودية على المحور OZ بدور يعطى بالعلاقة: $T = \frac{2\pi r}{V_0} = \frac{2\pi m_p}{QB}$ في هذه الحالة فإن $\vec{e}_r = -\vec{j}$



الشكل (2.10)

والحركة الناتجة عبارة عن حركة حلزونية كما هو موضح في الشكل.

$$Z = \frac{1}{2}\left(\frac{Q_P}{m_p}E\right)(3T)^2 = \frac{18E\pi^2 m_p}{Q_pB^2} = 37m$$

3.10– القوة المغناطيسية المطبقة على عنصر تيار :

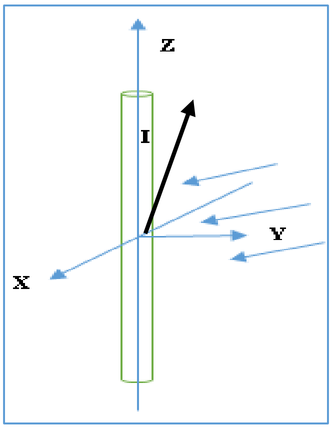
نأخذ ناقلا كهربائيا (سلك) مغمور في حقل مغناطيسي B. وحيث أن التيار يعطى بالعلاقة $I = \frac{dQ}{dt}$
فإن القوة التفاضلية dF المطبقة على عنصر التيار $I.dl$ تعطى بالعلاقة:

$$d\vec{F} = dQ * (\vec{V} \wedge \vec{B}) = (I.d\vec{l}) * (\vec{V} \wedge \vec{B}) = I * (d\vec{l} \wedge \vec{B})$$

حيث $d\vec{l} = \vec{V}.dt$ هو طول الناقل الذي يسري فيه التيار ويكون مغمورا في الحقل $\vec{B}$
يسمى الحد $I.dl$ في الاصطلاحات الكهرومغناطيسية بعنصر التيار وهو موجه في الاتجاه الاصطلاحي للتيار I إذا كان B فرضا ثابتا على طول الناقل (مستقيم) فإن القوة التفاضلية المطبقة على هذا الجزء من الناقل يمكن أن تكامل لتصبح مساوية $F = ILB \sin\theta$

مثال 4: جد القوة المطبقة على ناقل مستقيم طوله 0.3 متر يسري فيه تيار $I = 5\ A$ في الاتجاه السالب لـ $\overrightarrow{(-k).Z}$ ومغمور في حقل مغناطيسي $\vec{B}$ يعطى بـ:

$$\vec{B} = 3.5 * 10^{-3}(\vec{\imath} - \vec{\jmath})Tesla$$



الشكل (3.10)

$$\vec{F} = (\vec{L} \wedge \vec{B}) = 0.5[0.30 * 3.5 * 10^{-3}(\vec{\imath} - \vec{\jmath})]$$
$$= -7.42 * 10^{-3}\left(\frac{\vec{\imath} + \vec{\jmath}}{\sqrt{2}}\right) m\ Newtons$$

شدة القوة إذا $7.42\ mN$ وهي عمودية على B و على التيار I في آن واحد كما في الشكل (3.10).

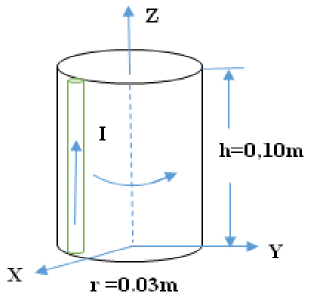
4.10– العمل والاستطاعة:

يطبق الحقل المغناطيسي B على الشحنات المتحركة والنواقل التي يجري فيها التيار I القوى التي سبق أن درسناها. للحفاظ على التوازن يلزمنا عدم أو إلغاء فعل هده القوى بتطبيقنا لقوة مساوية ومعاكسة $\vec{F_a}$.

إذا كانت هناك إزاحة $d\vec{l}$ فإن العامل الخارجي $\vec{F_a}$ الذي يطبق هذه القوى ينجز عملا على هذا النظام

$$W = \int_{\text{بداية}}^{\text{نهاية}} \vec{F_a} \,.\, d\vec{l}$$

مثال 5: جد القوة والاستطاعة اللازمتين لكي نجعل الناقل الموضح في الشكل (4.10) ينجز دورة واحدة في خلال 0,02 ثانية في الاتجاه الموضح في الشكل (4.10) على اليسار



إذا كان $\vec{B} = 2.5 * 10^{-3}\, \vec{e}_r\, Tesla$ وكان التيار $I = 45\, A$ فإن القوة المطبقة:

$$\vec{F_a} = I * \left(\vec{L} \Lambda \vec{B}\right) = I * \left(L . \vec{k} \wedge B\, \vec{e}_r\right) = 1.13 * 10^{-2} \vec{e}_\varphi\, Newton$$

وبالتالي فإن العامل الخارجي ينجز عملا يعطى بالعلاقة:

$$W = \int_0^{2\pi} \vec{F_a} \,.\, d\vec{l} = \int_0^{2\pi} (-1.13 * 10^{-2} \,.\, \vec{e}_\varphi).(r d\varphi).\vec{e}_\varphi = 2.13 * 10^{-2}\, Joul$$

$$P = \frac{W}{F} = -0.107\, Watt$$

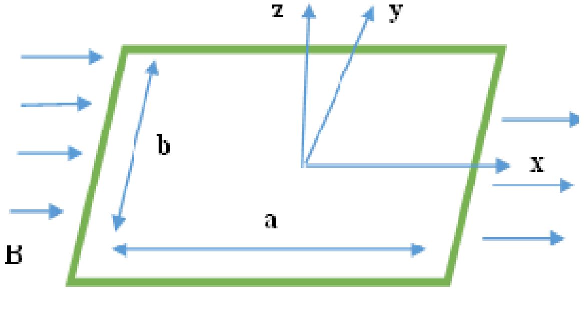
والإشارة السالبة تعني بأنه من أجل انتقال للناقل في الاتجاه المبين في الشكل (عكس عقارب الساعة) فإن الحقل المغناطيسي هو الذي ينجز عملا.

5.10− عزم قوة مغناطيسية :

يعرف عزم القوة بالنسبة لنقطة بالعلاقة $\vec{\mu} = \vec{r} \Lambda \vec{F}$ حيث r هو بعد القوة عن النقطة التي يؤخذ العزم بالنسبة إليها.

6.10− العزم المغناطيسي لوشيعة مسطحة:

القوى الغير معدومة هي تلك المطبقة على b وهي مطبقة على اليمين $\vec{F_y} = I(b\vec{j} \Lambda B\vec{i}) = -BIb\vec{k}$ المجموع الهندسي لهذه القوى معدوم وعليه فالعزم المحصل هو عبارة عزم مزدوجة ذراع المزدوجة هو



$\vec{r} = -(\frac{a}{2})\vec{i}$ من أجل العنصر على اليسار

الشكل (5.10)

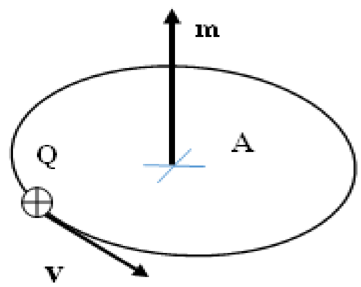
و $\vec{r} = +(\frac{a}{2})\vec{\imath}$ من أجل العنصر على اليمين،

وعليه فالعزم المحصل لهذه المزدوجة بالنسبة للمحور YoY هو :

$$\vec{\mu} = \left(-\frac{a}{2}\right)\vec{\imath}\Lambda(-BIb)\vec{k} + \left(\frac{a}{2}\right)\vec{\imath}\Lambda(BIb)\vec{k} = BIba(-\vec{\jmath}) = BAI(-\vec{\jmath})$$

حيث $A = ab$ مساحة الوشيعة.

يمكن البرهان أن هذه العلاقة صحيحة من أجل أية وشيعة مهما كان شكلها الهندسي، دائري، مثلثي،... الخ. بالتعريف $IA\vec{e}_n$ هو العزم المغناطيسي m لحلقة مستوية من التيار حيث $\vec{e}_n$ هو شعاع الوحدة العمودي على سطح لوشيعة بحيث $\vec{\mu} = \vec{m}\Lambda\vec{B}$. وهذا المفهوم للعزم المغناطيسي يعتبر أساسيا لفهم سلوك الجسيمات المشحونة الراسمة لدوائر ومدارات. فمثلا شحنة موجبة Q ترسم مدارا دائريا بسرعة V أو بسرعة زاوية ω فإنها تكون مكافئة لحلقة من التيار شدته $I = \frac{\omega QA}{2\pi}\vec{e}_n$ كما يوضحه الشكل (6.10) ما يهمنا بالدرجة الأولى في المناقشة الحالية هو حقيقة أن وضع هذه الحلقة، في مجال مغناطيسي B، ستخضع لبضع لحظات إلى عزم تدوير يديرها حتى يكون لـ m و B نفس الاتجاه، وهو الاتجاه الذي يكون العزم فيه (وبالتالي قوى الجذب) معدوما.



الشكل (6.10)