2)- بالنسبة لـ $f(x) = cosx$، لدينا:

$$\begin{aligned} cosx &= (sinx)' \\ &= \left(\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\right)' \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!},\ \ R=+\infty. \end{aligned}$$

3- من أجل $f(x) = e^x$، فإن $f \in C^{\infty}(\mathbb{R})$ و

$$\forall n \geq 1,\ (e^x)^{(n)} = e^x.$$

بما أن الدالة

$$x \mapsto e^x$$

محدودة في كل مجال من الشكل $]-r, r[$ فإن:

$$e^x = \sum_{n=0}^{+\infty}\frac{x^n}{n!},\ R=+\infty$$

و كنتيجة لدينا:

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - ... + (-1)^n\frac{x^n}{n!} + ...$$

نحصل أيضا على

$$\forall x \in \mathbb{R} : shx = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = x + \frac{x^3}{3!} + ... + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + ...$$

و كذلك

$$\forall x \in \mathbb{R} : chx = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = 1 + \frac{x^2}{2!} + ... + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + ...$$

نظرية 8.1.3 (توطئة آبل الثانية) ليكن $0 < R < \infty$ نصف قطر تقارب السلسلة $\sum_{n\geq 0} a_n(x-x_0)^n$ و S مجموعها.

- إذا كانت السلسلة $\sum_{n\geq 0} a_n R^n$ متقاربة، فإن:

$$lim_{x\to(x_0+R)^-} = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n R^n.$$