

أبل، هي متقاربة مطلقا من أجل كل  $x_0$  من  $\mathbb{R}$  بحيث  $|x_0| < |x|$  وبصفة خاصة من أجل  $x_0$  حيث

$$R' < |x_0| < R < |x|.$$

وهذا تناقض.

-2 نفرض  $R = R'$ . واضح أن السلسلة متقاربة مطلقا من أجل  $|x| < R = R'$ . نصف قطر التقارب هو

$$R'' \geq R = R'.$$

-3 النتيجة المتعلقة بنصف قطر تقارب جداء سلسلتين صحيحتين مقبولة.

مثال 6.1.3 لتكن السلسلتين الصحيحتين  $\sum_{n \geq 0} x^n$  و  $\sum_{n \geq 0} (\frac{1-2^n}{2^n}) x^n$ ، نصف قطر تقاربهما هو  $R = 1$ . بينما السلسلة المجموع  $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{2^n} x^n$ ، نصف قطر تقاربها هو  $R'' = 2$ .

### 6.1.3 تطبيق نظرية الإستمرار، نظرية قابلية المكاملة و نظرية قابلية الإشتقاق على السلاسل الصحيحة

الإستمرار

نظرية 3.1.3 التابع المجموع  $S$  لسلسلة صحيحة  $\sum_n a_n x^n$  نصف قطر تقاربها  $R$  مستمر على المجال  $]-R, +R[$ .

برهان

ليكن  $0 < r < R$ . من أجل كل  $n \in \mathbb{N}$ ، التابع  $f_n$  المعرفة بـ  $f_n(x) = a_n x^n$  مستمرة على المجال  $[-r, r]$  و بما أن التقارب ناظمي إذن هو منتظم على  $[-r, r]$ ، و منه حسب نظرية الإستمرار لسلاسل التابع،  $S$  مستمر على  $[-r, r]$  من أجل كل  $r$ ،  $(0 < r < R)$  و بالتالي مستمر على المجال  $]-R, R[$ .

قضية 3.1.3 (إستمرار أبل) لتكن  $\sum_n a_n x^n$  سلسلة صحيحة، نصف قطر تقاربها  $R$ . إذا كانت السلسلة العددية  $\sum_n a_n R^n$  متقاربة، فإن السلسلة الصحيحة  $\sum_n a_n x^n$  متقاربة