

أبل، هي متقاربة مطلقا من أجل كل x_0 من \mathbb{R} بحيث $|x_0| < |x|$ و بصفة خاصة من أجل x_0 حيث

$$R' < |x_0| < R < |x|.$$

و هذا تناقض.

2- نفرض $R = R'$. واضح أن السلسلة متقاربة مطلقا من أجل $|x| < R = R'$. نصف قطر التقارب هو

$$R'' \geq R = R'.$$

3- النتيجة المتعلقة بنصف قطر تقارب جداء سلسلتين صحيحتين مقبولة.

مثال 6.1.3 لتكن السلسلتين الصحيحتين $\sum_{n \geq 0} x^n$ و $\sum_{n \geq 0} (\frac{1-2^n}{2^n}) x^n$ ، نصف قطر تقاربهما هو $R = 1$. بينما السلسلة المجموع $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{2^n} x^n$ ، نصف قطر تقاربهما هو $R'' = 2$.

6.1.3 تطبيق نظرية الإستمرار، نظرية قابلية المكاملة و نظرية قابلية الإشتقاق على السلاسل الصحيحة

الإستمرار

نظرية 3.1.3 التابع المجموع S لسلسلة صحيحة $\sum_n a_n x^n$ نصف قطر تقاربهما R مستمر على المجال $]-R, +R[$.

برهان

ليكن $0 < r < R$. من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، التتابع f_n المعرفة بـ $f_n(x) = a_n x^n$ مستمرة على المجال $[-r, r]$ و بما أن التقارب ناظمي إذن هو منتظم على $[-r, r]$ ، و منه حسب نظرية الإستمرار لسلاسل التتابع، S مستمر على $[-r, r]$ من أجل كل r ، $(0 < r < R)$ و بالتالي مستمر على المجال $]-R, R[$.

قضية 3.1.3 (إستمرار آبل) لتكن $\sum_n a_n x^n$ سلسلة صحيحة، نصف قطر تقاربهما R . إذا كانت السلسلة العددية $\sum_n a_n R^n$ متقاربة، فإن السلسلة الصحيحة $\sum_n a_n x^n$ متقاربة