## حل تمرين (29) من سلسلة الانتروبيا:

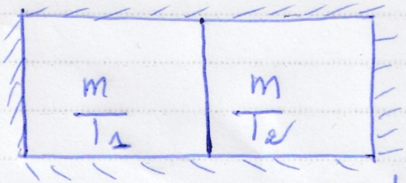
عينة من معدن النحاس كتلتها $m = 10^{-2}\,Kg$ ودرجة حرارتها $T_1 = 300K$

عينة أخرى لها نفس الكتلة ودرجة حرارتها $T_2 = 400K$

نفرض نفس السعة الحرارية $C = 3{,}9 \times 10^{5}\ J/_{Kg.K}$

العينتان لا تتبادلان الحرارة مع الوسط الخارجي

1- حساب درجة الحرارة النهائية $T_f$ :




الجملة معزولة ومنه:

$$\sum Q_i = 0$$

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

حيث:

$$Q_1 = mc\,(T_f - T_1)$$

$$Q_2 = mc\,(T_f - T_2)$$

ومنه

$$mc\,(T_f - T_1) + mc\,(T_f - T_2) = 0$$

$$T_f = \frac{T_2 + T_1}{2}$$

ت ع:

$$T_f = \frac{400 + 300}{2} = 350\ K$$

2) حساب التغير الكلي في الانتروبيا $\Delta S_T$ :

$$\Delta S_T = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$\Delta S_1 = \int \frac{\delta Q_1}{T}$$

$$= mc \int \frac{dT}{T}$$

ومنه $\Delta S_1 = mc \ln \frac{T_f}{T_1}$

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q_2}{T} = mc \int \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S_2 = mc \ln \frac{T_f}{T_2}$$

ومنه $\Delta S = mc \left( \ln \frac{T_f}{T_1} + \ln \frac{T_f}{T_2} \right)$

$$\boxed{\Delta S = mc \ln \frac{T_f^2}{T_1 . T_2}}$$

ت ع : $\Delta S = 10^{-2} \times 3,9 \times 10^{-2} \ln \frac{350^2}{300 \times 400}$

$$\Delta S = 0,08 \times 10^{-4} \; J/K$$

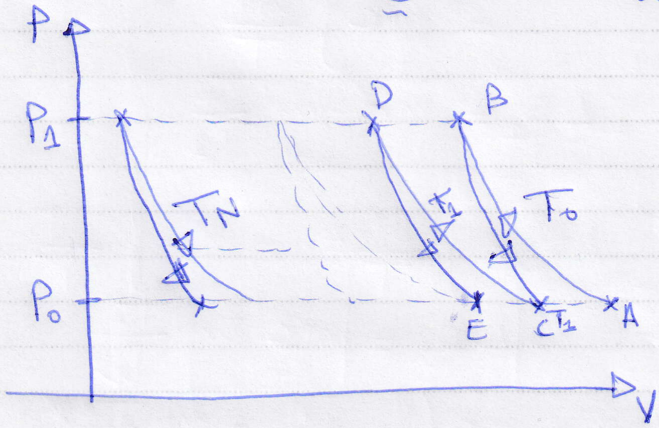
أو $\Delta S = 8 \times 10^{-6} \; J/K$

## تمرين 31 :

ينضغط المول من غاز أحادي الذرة من $P_0 = 1atm$ إلى ضغط $P_1 = 10atm$ بطريقة انعكاسية وبثبوت درجة الحرارة $T_0 = 450K$

ثم تمدد بطريقة انعكاسية اديباتيكيا حتى الضغط الابتدائي $P_0$

تكرر العملية $N$ مرة أي :




- إيجاد العلاقة العامة لدرجة الحرارة $T_N$ وحساب درجة الحرارة $T_5$ :

من $B \rightarrow C$ تحول اديباتيكي والغاز مثالي :

يتحقق علاقة لابلاس :

$$T P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = c^{te}$$

أي

$$T_1 P_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_0 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_1 = T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

من $D \rightarrow E$ :

$$T_2 P_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

بتعويض علاقة $T_1$ في علاقة $T_2$ :

$$T_2 = T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \cdot \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

ومنه

$$T_2 = T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{2\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)}$$

حساب $T_3$ :

$$T_3 P_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

ومنه :

$$T_3 = T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{3\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)}$$

ومنه في الحالة العامة :

$$\boxed{T_N = T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{N\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)}}$$

من أجل $\gamma = 1{,}4$

$$T_5 = 450 \left(\frac{10}{1}\right)^{5\left(\frac{1-1{,}4}{1{,}4}\right)}$$

ومنه $\boxed{T_5 = 16{,}79\ K}$

2) حساب التغير في الانتروبيا خلال العملية الأولى $\Delta S_1$ و

خلال $N$ عملية على التوالي $\Delta S_N$

$$\Delta S_1 = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC}$$

$\Delta S_{BC} = 0$ لأن التحول ادياباتيكي

$$\Delta S_{AB} = \int \frac{\delta Q_{AB}}{T_0} = \frac{1}{T_0}\int \delta Q_{AB}$$

$$\Delta S_{AB} = -nR \ln \frac{P_1}{P_0}$$

من اجل 1mole :

$$\Delta S_{AB} = -R \ln \frac{P_1}{P_0}$$

$$Q_{AB} = -W_{AB} = nRT_0 \ln \frac{P_0}{P_1}$$ ; $T = cte$ : حيث

او $$Q_{AB} = -RT_0 \ln \frac{P_1}{P_0}$$

ومنه $$\boxed{\Delta S_1 = -R \ln \frac{P_1}{P_0}}$$

حساب الانتروبيا خلال N عملية :

$$\Delta S_T = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \dots \Delta S_N$$

$$\Delta S_2 = \Delta S_{CD} + \Delta S_{DE}$$

$\Delta S_{DE} = 0$

$$\Delta S_{CD} = -R \ln \frac{P_1}{P_0}$$

ومنه $$\boxed{\Delta S_2 = -R \ln \frac{P_1}{P_0}}$$

$$\Delta S_N = -N k \ln \frac{P_1}{P_0}$$

3) حساب التغير في الطاقة الداخلية بعد N عملية :

$$\Delta U_T = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \cdots + \Delta U_N$$

$$\Delta U_1 = \cancel{\Delta U_{AB}}^{\,0} + \Delta U_{BC}$$

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} = \frac{P_C V_C - P_B V_B}{\gamma - 1} = \frac{nR}{\gamma - 1}\left(T_C - T_B\right)$$

$$= C_V \left(T_1 - T_0\right)$$

$$= C_V \left(T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_0\right)$$

$$\Delta U_1 = C_V T_0 \left(\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1\right)$$ ومنه

$$\Delta U_2 = C_V \left(T_2 - T_1\right)$$

$$= C_V \left(T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{2\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)} - T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)$$

$$= C_V T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \left(\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1\right)$$

$$\vdots$$

$$\Delta U_N = C_V \left(T_N - T_{N-1}\right)$$

$$= C_V \left(T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{N\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)} - T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{(N-1)\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)}\right)$$

$$= C_V T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{(N-1)\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)} \left(-1 + \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)$$

$$\Delta U_N = C_v T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{N\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)} \left(1-\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)$$ ومنه

وبالمحصلة الكلية :

$$\Delta U_T = C_v\left(\cancel{T_1}-T_0\right)+C_v\left(\cancel{T_2}-\cancel{T_1}\right)$$

$$+\,C_v\left(\cancel{T_3}-\cancel{T_2}\right)+\cancel{\ }\cdots + C_v\left(T_N-\cancel{T_{N-1}}\right)$$

$$\Delta U_T = C_v\left(T_N - T_0\right)$$

$$\Delta U_T = C_v T_0\left(\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{N\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)} - 1\right)$$